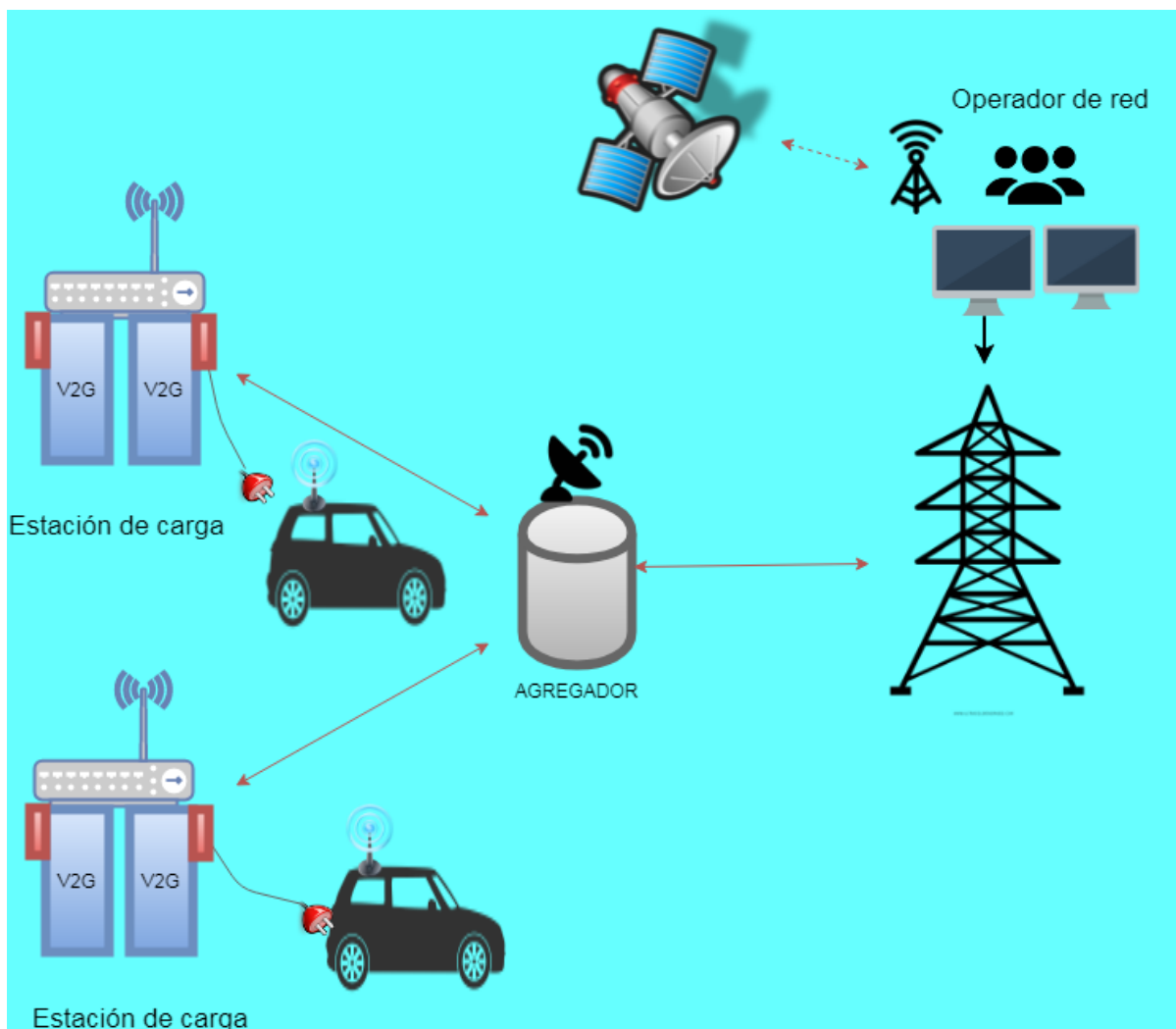


Desarrollo de una metodología V2G bidireccional en redes inteligentes usando optimización convexa



Carlos Iván Quinatoa Caiza

Desarrollo de una metodología V2G bidireccional en redes inteligentes usando optimización convexa

Carlos Iván Quinatoa Caiza

Trabajo de grado presentado como requisito
parcial para optar al título de
Magister en Ingeniería Eléctrica

Pereira, Abril de 2018
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
Maestría en Ingeniería Eléctrica.



Desarrollo de una metodología V2G bidireccional en redes inteligentes usando optimización convexa
©Carlos Iván Quinatoa Caiza

Director del trabajo de grado: Alejandro Garcés Ruiz. PhD

Pereira, Abril de 2018
Maestría en Ingeniería Eléctrica.
Universidad Tecnológica de Pereira
La Julita. Pereira(Colombia)
TEL: (+57)(6)3137122
www.utp.edu.co

Versión web disponible en: *<http://recursosbiblioteca.utp.edu.co/tesisd/index.html>*

Agradecimientos

Agradezco a Dios por permitirme vivir y superar obstáculos que se presentan día a día, por la experiencia obtenida, por permitirme conocer muchas personas, amigos y compañeros, por acompañarme este camino que es la vida.

Al directo de tesis Alejandro Garcés por la disposición y orientación en este trabajo de grado, así como también, por sus pasión y dedicación que tiene para impartir su conocimientos.

Resumen

La estrategia de carga y descargar en tiempo real de vehículos eléctricos y su interacción con la red es conocida como vehículo a red (*Vehicle-to-Grid* o V2G por sus siglas en inglés). En esta estrategia, es necesario modelar una flota de vehículos eléctricos (VEs) con el fin de proporcionar una mejor interacción con la red eléctrica; por lo que es necesario realizar un flujo óptimo de potencia (*Optimal power flow* o OPF por sus siglas en inglés) con el objetivo de satisfacer las restricciones tanto técnicas como físicas de la red y de los VEs. Ante este contexto el OPF es un problema no convexo y difícil de resolver. Por lo tanto en este trabajo se desarrolló un modelo matemático de programación semidefinida (SD) que está dentro de la optimización convexa, para la coordinación óptima de carga y descarga de los VEs considerando esquemas V2G y agregadores. El modelo propuesto denominado V2G-ConvexoSD gestiona un grupo de agregadores distribuidos espacialmente en los nodos del sistema, donde la función objetivo es minimizar las pérdidas totales de la red y maximizar la carga de la batería o la satisfacción del usuario. Se analizaron 5 escenarios, el primero es un caso base donde no se incluye VEs, con el fin de verificar el modelo propuesto con otros dos modelos de la literatura, aquí la función objetivo fue de minimizar la pérdidas totales de la red, el resto de los escenarios correspondieron al ingreso de los VEs del, 25%, 50%, 75%, y 100% de la carga total del sistema. Se tomó el sistema de prueba IEEE-37 e IEEE-69 nodos y la simulación se realizó en ventanas de tiempo de 15 minutos verificando los voltajes y la cargabilidad de las líneas del sistema.

Tabla de Contenido

1	Introducción	1
1.1	Planteamiento del problema	1
1.2	Justificación	2
1.3	Objetivos	3
1.3.1	General	3
1.3.2	Específicos	3
1.4	Estado del arte	4
1.4.1	Modelo de Optimización para la aplicación V2G.	4
1.4.2	Agregadores V2G	4
1.4.3	Optimización semidefinida en sistemas eléctricos	8
1.5	Modelo propuesto	9
1.6	Contribuciones	9
1.7	Estructura del trabajo de grado	9
2	Modelo no-lineal para de la estrategia V2G en sistemas de distribución	11
2.1	Estrategias V2G en sistemas de distribución	11
2.1.1	Flujo de potencia unidireccional	13
2.1.2	Flujo de potencia Bidireccional	13
2.1.3	Beneficios de los esquemas V2G	13
2.1.4	Agregador	14
2.2	Esquema propuesto	15
2.3	Ecuaciones de flujo de carga	17
2.4	Modelo matemático de Optimización no lineal	21
3	Modelo V2G-ConvexoSD	27
3.1	Optimización convexa	27
3.2	Relajación semi-definida del modelo V2G-NLSD	30
3.3	Formulación dual del problema de optimización	32
3.4	Implementación del modelo semidefinido	34

4	Resultados	35
4.1	Resultados numéricos	35
4.2	Topología Eléctrica	35
4.3	Datos del VEs	36
4.4	Simulación	36
4.5	Escenario 1	37
4.6	Escenario 2	38
4.7	Escenario 3	42
4.8	Escenario 4	46
4.9	Escenario 5	50
5	Conclusiones	57
5.1	Futuros trabajos de investigación	58
A	Vehículos eléctricos: Estado de arte y características básicas de VEs en el mercado	59
A.1	Vehículos eléctricos	59
A.1.1	Definición	59
A.1.2	Breve historia	59
A.1.3	Componentes básicos de un vehículo Eléctrico	60
A.1.4	Tipos de vehículos eléctricos	62
A.1.5	Tipos de recargas	64
A.1.6	Tipos de baterías	65
B	Algunos conceptos matemáticos usados en el trabajo de grado	69
B.1	Programación Semi-definida	69
B.1.1	Spectrahedron	69
B.2	Matrices semi-definidas	70
B.3	Factorización de Matriz	71
B.4	Proyección ortogonal	72
C	Agregadores	73
C.1	Agregador en el sistema IEEE-37 Nodos	73
C.2	Agregador en el sistema IEEE-69 Nodos	76
D	Sistemas de prueba	81

Capítulo 1

Introducción

Cada día son más las marcas de autos interesadas en desarrollar el vehículo eléctrico del futuro, uno capaz de reemplazar a los autos convencionales que funcionan con gasolina o diésel de acuerdo a Aghaei et al. (2016). Estos VEs se convierten en una tecnología clave para la reducción de las emisiones así como también la dependencia de los combustibles fósiles según Alfonso Damiano et al. (2014). Ante esta situación los gobiernos, el sector automotriz y las organizaciones como IEEE han decidido realizar políticas, normas y códigos para la integración de este tipo de tecnología que tiene ventajas significativas frente a los vehículos tradicionales, como son menor costo de operación, capacidad para interactuar con fuentes renovables, reducción de pérdidas técnica, entre otros de acuerdo a Alfonso Damiano et al. (2014). Sin embargo los VEs actualmente no han sido completamente adoptados debidos a las limitaciones técnicas, obstáculos sociales, y costo comparado con los vehículos tradicionales.

De acuerdo al Banco Interamericano de Desarrollo BID (2017) los países latinoamericanos en liderar la implementación de vehículos eléctricos son: Argentina, Brasil, Chile, Colombia, México y Perú. En total, se espera que para 2023 la penetración del mercado de VEs sobre el total del mercado sea de 1.8%. Con respecto a impuestos, Brasil y Argentina mantienen una política proteccionista donde se grava a los vehículos eléctricos al no ser producidos al interior de los países. Por el contrario, México y Colombia promueven la entrada de vehículos eléctricos con impuestos reducidos. Chile y Perú se mantienen neutrales al sostener los mismos impuestos que aplican a cualquier otro vehículo.

1.1 Planteamiento del problema

De acuerdo al CIGRE (2015) la masificación de los VEs traerá algunos impactos específicos que afectan a la red como son: el desequilibrio de la fase, las perturbaciones armónicas en la red, la degradación y fallo de los transformadores, la rotura de interruptores y fusibles,

sobrecarga en las líneas, pérdidas considerables, entre otras .

Una forma de ayudar a abordar estos desafíos por medio de estrategias *Vehicle-to-grid* (V2G), que junto a un imprescindible cambio estructural del modo de funcionamiento de la red eléctrica, harán que la integración masiva de VEs sea posible y beneficiosa. Ante este contexto, el uso de esta tecnología vinculada con la red de energía eléctrica hace necesario desarrollar una metodología que permita la gestión y la optimización en la operación de sistemas teniendo en cuenta restricciones de cargabilidad, confiabilidad, eficiencia y deterioro de las baterías entre otras.

Esta metodología supone dos retos fundamentales: por un lado, se requiere una operación coordinada en tiempo real con ventanas de tiempo del orden de 1 a 5 minutos; de otro lado, se debe considerar una gran cantidad de restricciones físicas debidas al elevado número de VEs que pueden aparecer en una ciudad, así como a la complejidad propia del sistema eléctrico. Es necesario analizar las características del modelo matemático de forma que se puedan encontrar simetrías, linealidades y posibilidades de paralelización. Un modelo convexo es deseable ya que éstos garantizan unicidad de las soluciones y convergencia polinomial. Esto se debe a aspectos intrínsecos del modelo y no a la forma en que son solucionados computacionalmente. Desde luego no todos los problemas reales son convexos, pero es posible reformular los modelos mediante técnicas de relajación o bien mediante el cambio a un espacio diferente (por ejemplo a un cono semidefinido). Este tipo de modelamiento tiene consecuencias teóricas pero también prácticas en la implementación final de los algoritmos de solución.

Debido a estos retos de integración de este tipo de tecnología V2G se plantea la pregunta de investigación ¿Cómo formular un modelo matemático de optimización convexo que gestione de forma óptima la carga y descarga de las baterías en tiempo real cuando los VEs se conecten a la red eléctrica?

1.2 Justificación

En los años recientes el sector del transporte y de energía eléctrica han surgido cambios revolucionados debido al problema del cambio climático. Muchas empresas del sector automotriz están fabricando VEs y VEs híbridos, como tal el uso de los VEs incrementara en los próximos años según Bevis et al. (2009). En lugar de los combustibles fósiles que utilizan actualmente, los VEs utilizan baterías para almacenar la energía necesaria para su transporte; reduciendo así la dependencia de los combustibles fósiles; estas baterías se cargan en un sistema eléctrico de distribución; si la carga de los VEs es no controlada, el sistema eléctrico de distribución experimentará sobrecargas por lo tanto los límites de voltaje son violados y presentando mayores pérdidas en el sistema, de acuerdo al estudio realizado por Wu et al. (2011).

Para enfrentar el problema asociado con una alta masificación de los VEs vinculados a los sistemas eléctricos, los autores Sojoudi and Low (2011) proponen que se debe establecer un

programa de gestión óptima para la carga y descarga de las baterías de los VEs. Así como también, considerar la infraestructura de comunicación de las futuras redes inteligentes, ya que se convertirá en una parte esencial para el control de la recarga y operación de los VEs en los sistemas de distribución eléctrica.

De acuerdo con Ferreira (2016), actualmente en Colombia se están realizando políticas, para la implementación de Redes inteligentes (RI), donde proponen normativas, regulaciones y leyes, que hacen posible la implementación de los VEs con experiencias de varios países internacionales así como también las tecnologías para la implementación de la infraestructura de telecomunicaciones.

Por lo tanto aprovechando estas políticas de implementación para RI, algunos investigadores proponen que estos vehículos también pueden adoptarse para participar en aplicaciones V2G en el marco de RI, que requiere flujos bidireccionales de energía entre los vehículos y la red eléctrica según Corzine et al. (2009). Pudiendo así participar en regulación de frecuencia, reserva rodante como también vender energía en horas de demanda alta.

Con estos antecedentes se hace necesario desarrollar una metodología de optimización convexa para la gestión óptima y operación en tiempo real de vehículos eléctricos que permitirá al operador de red y a los propietarios de los VEs tomar decisiones que puedan ser beneficiosos, mejorando así la seguridad, la confiabilidad, la operación, y la calidad de energía.

1.3 Objetivos

1.3.1 General

Desarrollar una metodología de optimización convexa para la operación y gestión óptima en tiempo real de los vehículos eléctricos considerando esquemas V2G bidireccionales y agregadores.

1.3.2 Específicos

- Establecer el estado del arte para estrategias V2G bidireccional considerando agregadores en el contexto de las redes inteligentes y los métodos de optimización convexa orientados a los sistemas eléctricos de distribución.
- Desarrollar un modelo matemático de optimización convexa para la coordinación óptima de carga y descarga de los vehículos eléctricos considerando esquemas V2G y agregadores.
- Implementar computacionalmente el modelo matemático de optimización convexa obtenido en un sistema de prueba IEEE para ventanas de tiempo de 1 a 5 minutos.

- Analizar resultados obtenidos con el objetivo de verificar el estado del sistema eléctrico tales como cargabilidad de la líneas, cargabilidad de los transformadores y niveles de voltaje en los nodos.

1.4 Estado del arte

1.4.1 Modelo de Optimización para la aplicación V2G.

La integración masiva de los VEs en el sistema de energía eléctrica presentan varios desafíos para la operación segura y confiable. En la literatura se han realizado varias investigaciones que consideran algunos modelos matemáticos característico de este tipo de tecnología cuando se integra a la red, entre esta se destacan: Formulación de un algoritmo de programación lineal para la asignación adecuada de estaciones de carga de los VEs propuesto por Mkahl et al. (2017), Carlos F. et al. (2015) proponen una formulación de programación entera mixta (*Mixed Integer Nonlinear Programming* o MILP por su siglas en ingles) para la carga óptima coordinada de los VEs y sistemas de almacenamientos en redes de distribución, Tan et al. (2016) y Wang et al. (2013) realizan un estado de arte de las técnicas de optimización usadas en el contexto V2G, Lin et al. (2014a) y Xing et al. (2015) proponen modelos de programación no-lineal entera mixta y modelos de optimización estocástica con el fin de abordar la alta incertidumbre de V2G, Stockar (2015) propone una estrategia bidireccional para la gestión de energía de los VEs usando programación dinámica. Algunos autores han propuesto métodos methaheurísticos tales como algoritmo genético propuesto por Ghofrani et al. (2012) y optimización de enjambre de partículas propuesto por Celli et al. (2012) y Ghanbarzadeh et al. (2011). Una metodología de gestión y optimización de operación de la red eléctrica y los vehículos eléctricos tienen muchos beneficios tanto para el operador de red como para los propietarios de los vehículos; estos incluyen la reserva rodante, nivelación de carga y soporte de la potencia reactiva, entre otros. En la figura (1.1) se presentan varias metodologías con diferente función objetivo y sus restricciones asociadas a cada una. Entre las restricciones se incluyen características propias de los vehículos eléctricos así como restricciones convencionales asociadas a las redes eléctricas. En una búsqueda preliminar del estado se encontraron pocos modelos convexos para solucionar este problema y ninguno con los alcances y objetivos que se buscan con este trabajo de maestría.

1.4.2 Agregadores V2G

La aparición de tecnología V2G y las redes inteligentes (*Smart grid*), a nivel de distribución suponen un cambio significativo tanto en la forma de modelar, planificar, diseñar y operar los sistemas eléctricos, se hace necesario por tanto, investigar modelos matemáticos que

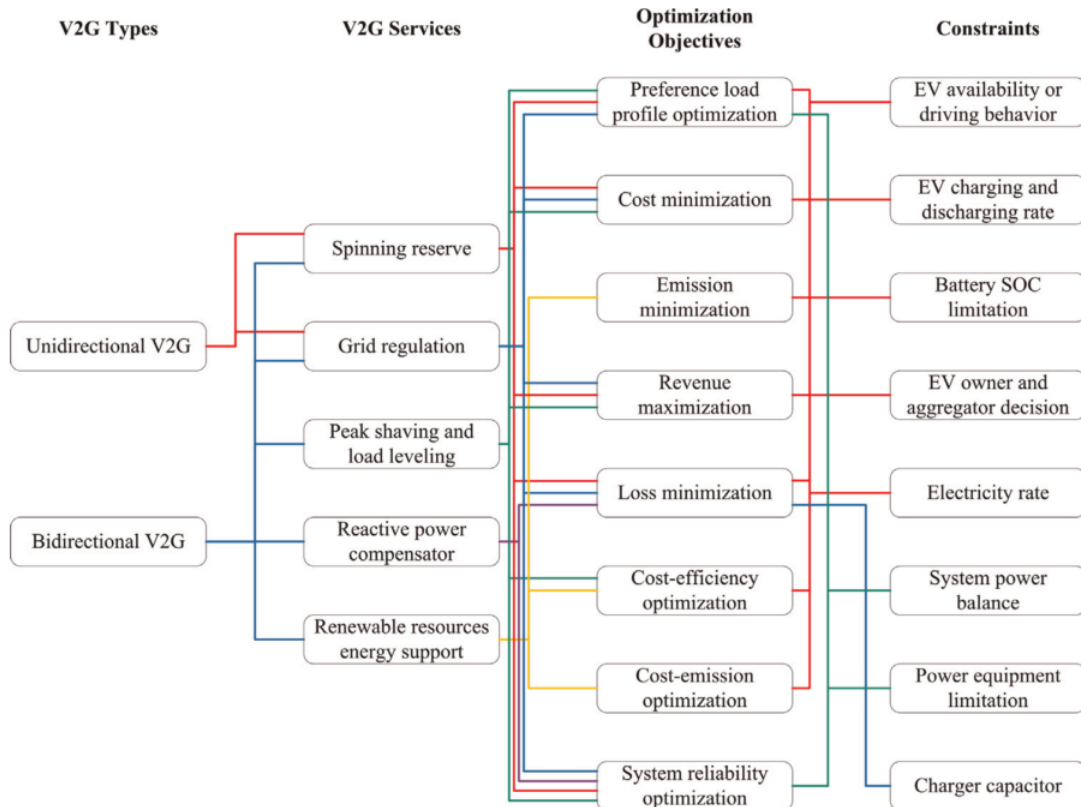


Figura 1.1: Metodología de optimización con diferentes funciones objetivos y sus restricciones para varios servicio V2G imagen tomada de Tan et al. (2016)

representen la integración a la red teniendo en cuenta criterios de seguridad, confiabilidad y operación de la red eléctrica. En la literatura existen varios enfoques de modelos matemáticos que gestionan los vehículos eléctricos bajo diferentes escenarios. Los VEs generalmente están consideradas como cargas controlables dentro del problema de optimización es decir en flujo óptimo de potencia (OPF) y el objetivo de varias investigaciones es minimizar el costo de operación.

Desde el punto de vista del sistema eléctrico modelar los VEs en forma individual hace que el operador de red no pueda tomar decisiones a la hora de programar la operación del sistema en forma segura y confiable; por tal motivo algunos autores han propuesto modelos de VEs con agregadores con el fin de que estos participen en las diferentes estructuras del mercado eléctrico de cada país.

De acuerdo González Vayá (2015) se consideran 4 escenarios de carga, cubriendo una amplia gama de carga y gestión de los VEs: carga descontrolada, carga por tarifa horaria,

carga controlada de apagado y encendido, modulación bidireccional. Los primeros dos cubren el enfoque convencional de carga no controlable mientras lo otros presenta carga con enfoque de gestión donde los modelos de VEs con agregadores son clasificados en dos categorías siguientes:

- Modelos de almacenamiento virtual, agregando restricciones de energía y potencia a lo largo del tiempo.- Un agregador gestiona la participación en el mercado eléctrico de una flota de VEs, la flota se modela como un conjunto de vehículos agregados o agrupados, cada uno de estos modelos representa varios vehículos con patrones de conducción similares. Estos patrones de conducción se construyen agrupando datos históricos y después tomando diferentes variables de esos datos, tales como, el usuario del vehículo, la hora y el día de salida y de llegada, y la distancia de conducción. A partir de estos, se construye un patrón de conducción de 24 horas para cada usuario del vehículo.
- Modelos de tareas, donde la carga se modela como una tarea con un tamaño.- La carga de los VEs se controla centralmente por un agregador. La velocidad a la que los vehículos se cargan es fija, pero la carga puede ser iniciada e interrumpida por el agregador. La carga se modela como una serie de subtareas ejecutadas en serie, donde las tareas que son similares se agrupan para una representación agregada de la demanda de la flota de VEs. Los VEs se van cargando o descargando con el paso del tiempo dentro de un periodo (T), hasta que alcanzan una carga completa o descarguen hasta el límite permitido.

En la tabla 1.1 se da una revisión de las principales características de enfoques usados en la literatura sobre modelos de VEs con agregadores. Algunos de estos enfoques son determinísticos mientras que otros estocásticos, estos modelos con agregadores son más usados en modelos de optimización económica, como problemas de minimización de costos dados los precios exógenos. Es importante incluir las restricciones de red distribución, con la excepción de Vayá and Andersson (2014) y Sundstrom and Binding (2012), ninguno de los modelos aborda explícitamente las restricciones de red, y solo en Sundstrom and Binding (2012) se centran en las restricciones de red de distribución dentro del modelo de optimización.

Tabla 1.1: Características principales de modelos del VEs con Agregador

Referencia	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Carga Unidireccional	x	x		x	x	x		x	x	x	x
Carga Bidireccional			x				x				
Control on/off								x	x	x	x
Modulación	x	x	x	x	x	x	x				
Estocástico								x			x
Determinístico		x	x		x	x	x		x	x	
Área Única	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Multi área	x		x				x				
Optimización Económica	x	x	x	x	x	x	x	x			x
Restricciones de red	x	x									

En la tabla (1.1) distingue entre enfoques donde la carga es unidireccional o bidireccional V2G, y la carga está activada / desactivada (control on/of) aquí el agregador tiene la capacidad de activar o desactivar los VEs dentro de un periodo (T) o también esta puede ser (modulada) es decir como una batería virtual. En otros modelos no distinguen la ubicación de la red y esta es conocida como área única, también tienen en cuenta los vehículos que se mueven de un nodo a otro (áreas múltiples), es decir que los agregadores pueden estar conectados en medio o bajo voltaje tanto en alimentadores primarios como alimentadores secundarios. Con respecto a los modelos estocásticos el agregador es modelado con una serie de variables con incertidumbre tales como; tiempo de llegada y salida de los VEs, distancia recorrida, días festivos, tipos de carga, capacidad de las baterías. En cambio los modelos determinísticos las variables son ya conocidos a priori, por lo que facilita la modulación del agregador en tiempo real.

¹Vayá and Andersson (2014)²Sundstrom and Binding (2012)³Kristoffersen et al. (2011)⁴Vagropoulos and Bakirtzis (2013)⁵Bessa et al. (2012)⁶Vandael et al. (2013)⁷Hahn et al. (2013)⁸Alizadeh et al. (2013)⁹Geng and Khargonekar (2012)¹⁰Zhang et al. (2012)¹¹Liu et al. (2013)

1.4.3 Optimización semidefinida en sistemas eléctricos

Con la utilización de las herramientas que ofrece la optimización convexa, se puede introducir técnicas esenciales para formular aproximaciones a problemas tales como el flujo de potencia que en este caso es no lineal y no convexo, donde estas aproximaciones pueden ser: programación lineal, programación cónica de segundo orden (SOCP) y programación semidefinida (SDP). Estas metodologías de la optimización convexa en sistemas eléctricos son relativamente nuevas y surgen con la necesidad de buscar nuevas soluciones para la gestión, operación y optimización. En la literatura se encuentra otras aplicaciones tales como: planificación de expansión conjunta de gas natural y sistemas de potencia propuesto por Sánchez et al. (2016), reciente realizan aproximaciones convexas a problemas clásicos como el flujo de carga óptimo propuesto por Bergna et al. (2014), el despacho económico según Restrepo et al. (2015), flujo de potencia (SDP) AC - DC propuesto por Bahrami et al. (2017) donde incluyen restricciones de los convertidores, flujo de carga en AC propuesto por Merkli et al. (2017), Low and Javad (2012) proponen una programación semidefinida (SDP), que es equivalente al problema convencional de flujo óptimo de potencia (OPF), donde se puede obtener una solución óptima global para el problema. Dentro del conjunto de optimización convexa y SDP están la programación cónica de segundo orden (SOCP) donde se minimiza una función lineal sobre la intersección de un conjunto afín y el producto de conos de segundo orden (cuadráticos). Los SOCP son problemas convexas no lineales que incluyen programas cuadráticos lineales y convexas como casos especiales, y surgen en muchos problemas de ingeniería, como el diseño de filtros, el diseño del peso de la antena, la estimación robusta, formulaciones de flujo de potencia como por ejemplo, flujo óptimo de potencia robusto AC-DC basado en SOCP propuesto por Zhou et al. (2017), también Low (2013) propone el flujo óptimo de potencia con SOCP, gestión de energía en microrredes aisladas que usan SOCP propuesto por Giraldo et al. (2017). En el área de sistemas de distribución, se destaca el trabajo teórico presentado por Correa et al. (2014) y la metodología cuadrática convexa desarrollado por Garcés (2015). En ésta última se presentó un modelo afín para el flujo de carga en sistemas de distribución desbalanceados utilizando una expansión directa sobre el conjunto de los números complejos. La metodología demostró ser altamente eficiente y exacta en comparación convencionales con errores inferiores al 1%. Este tipo de modelamiento fue utilizado para dar solución al problema de despacho económico en sistemas de distribución desbalanceados con fuentes de energía renovable en donde se demostraron resultados igualmente precisos propuesto por Garcés (2016). No existe ningún estudio relacionado con la aplicación de este enfoque en el problema V2G.

1.5 Modelo propuesto

El modelo propuesto usa un agregador que gestiona un grupo de VEs e interactúa con la red eléctrica. Cada agregador está ubicada en un transformador del sistema de distribución y suma de las potencias individuales de las baterías de cada VE conectado. De esta forma, se puede obtener una potencia del orden de los megavatios, pudiendo así participar en diferentes estructuras de mercado eléctrico.

Cada VE puede realizar un contrato físico bilateral con el agregador y el agregador con el operador de la red, de esta manera el operador de la red puede programar y hacer uso de esa potencia para la operación diaria del sistema eléctrico. La potencia de la batería y el estado de carga es conocido por medio de la comunicación bidireccional que tiene cada VE.

Con esto antecedentes el modelo propuesto coordina la carga y la descarga de los VEs usando la estrategia V2G y agregadores en tiempo real en ventanas de 1 a 5 minutos. Por lo tanto, se conocen la capacidad y el estado de carga de las baterías de cada VE y no es necesario tener en cuenta los aspectos estocásticos en el modelo.

1.6 Contribuciones

Las principales contribuciones de este trabajo de grado son las siguientes:

- Modelo de optimización convexa semidefinida del flujo de potencia AC para redes de distribución considerados esquemas V2G unidireccional y agregadores (V2G-ConvexoSD).
- Modelo de optimización convexa semidefinida del flujo de potencia AC para redes de distribución considerados esquemas V2G bidireccional y agregadores (V2G-ConvexoSD).
- Implementación del modelo V2G-ConvexoSD en forma matricial en CVX-Matlab.

Cabe destacar que el uso de optimización semidefinida es reciente en el ámbito nacional, así que este trabajo de grado es un primer paso para la introducción de este tipo de técnicas en problemas de operación de sistemas de distribución.

1.7 Estructura del trabajo de grado

La metodología propuesta se muestra esquemáticamente en la figura (2.3), inicialmente tenemos un modelo no lineal y no convexo el cual llamaremos modelo no lineal V2G-NL. Posteriormente transformamos este modelo en uno equivalente que incluye restricciones semidefinidas y una restricción no convexa sobre el rango de la matriz correspondiente W . Esta restricción

es relajada para obtener el modelo V2G-ConvexoSD, el cual es convexo y relativamente fácil de resolver. Finalmente, debemos regresar a las variables del problema original.

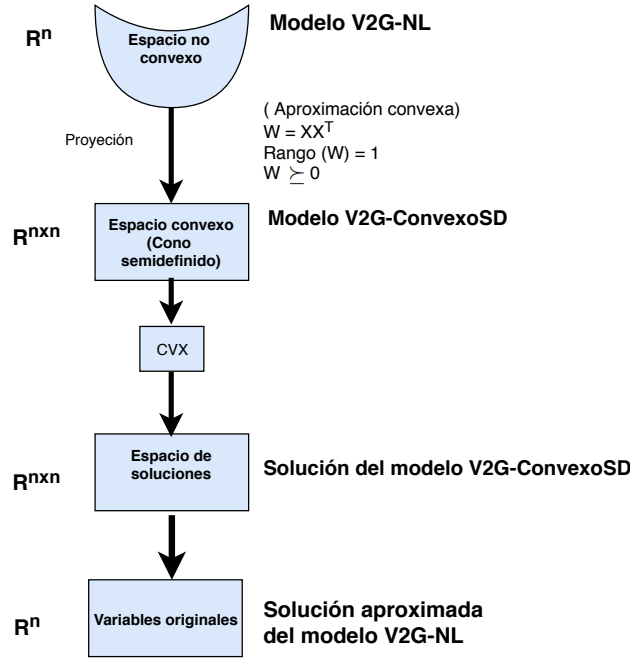


Figura 1.2: Diagrama esquemático del del método propuesto

El resto del documento esta estructurado de acuerdo a esta metodología como sigue, en capitulo 1 se presenta la introducción, planteamiento del problema, la justificación, los objetivos y el estado del arte de la investigación realizada, seguidamente en el capítulo 2 se presentan el modelo no-lineal V2G-NL y el modelo no-lineal semidefinido V2G-NLSD. En el capítulo 3 se da una breve explicación de la teoría optimización convexa, así como también, algunas definiciones para la relajación semidefinida que permite llegar al modelo V2G-ConvexoSD y por ultimo la formulación dual del problema propuesto. En el capítulo 4 se presenta los respectivos resultados. En el capítulo 5 se muestra las diferentes conclusiones a las que llevo los resultados de la investigación y finalmente en el capitulo 6 se presenta como anexos algunos conceptos que componen las tecnologías V2G, tales como: definición, breve historia, componentes básicos de los VEs y tipos de VEs, así como también, algunos conceptos de programación semidefinida y los sistemas de prueba IEEE 37 y IEEE 69 nodos.

Capítulo 2

Modelo no-lineal para de la estrategia V2G en sistemas de distribución

Con la expectativa de integración de los VEs, el sector del transporte esta experimentado profundos cambios. La principal consecuencia de este cambio se ve refleja en lo político, social y económico. Así, los VEs promueven la diversificación de consumo final de energía en un sector que siempre ha tenido una fuerte dependencia de los derivados del petroleo. Esta diversificación de las fuentes de combustible es bienvenida por la sociedad, pero conlleva grandes desafíos para los sistemas de eléctricos. Ya que, los VEs necesitarán ser recargados y la cantidad extra de energía demandada puede llevar a la aparición de varios problemas físicos como operativos en las redes eléctricas de distribución, así surgiendo la necesidad de evaluar la integración de los VEs con el propósito de verificar posibles consecuencias en el sistema eléctrico y con ello tomar medidas adecuadas para que el sistema opere en forma segura y lo mas económicamente posible, por lo tanto, en este capitulo se propone el desarrollo un modelo V2G-NLSD, que tome en cuenta todos los aspectos técnicos y operativos de la red así como de los VEs.

En el anexo (A) se presentan algunos detalles adicionales sobre esta tecnología tales como: características básicas, componentes, tipos de carga, tipos de baterías así como también los VEs que circulan en el mercado.

2.1 Estrategias V2G en sistemas de distribución

El concepto de vehículo en la red (V2G, vehicle to grid) fue introducido en 1997 por Kempton and Letendre (1997). De acuerdo con Yao et al. (2017) el concepto principal de V2G es que los VEs pueden proporcionar energía al sistema de potencia cuando se encuentra parqueado;

la batería del VE se puede cargar durante tiempos de baja demanda y se descarga cuando la red eléctrica necesita de energía. De esta manera, los usuarios de VEs compran electricidad de la red a bajo precio y venden electricidad a un precio elevado para obtener ciertos beneficios según Kempton and Dhanju (2006), ayudando de paso al aplanamiento de la curva, reducción de pérdidas, menor costo de operación de la red y capacidad para interactuar con las energías renovables.

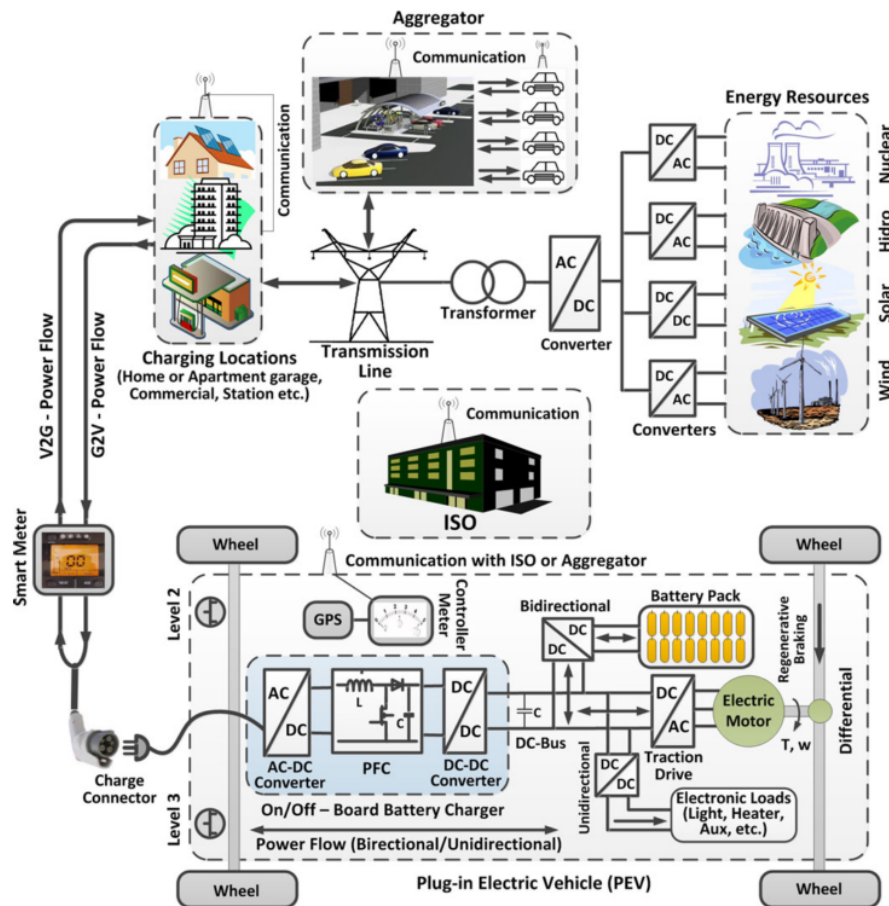


Figura 2.1: Componentes del sistema eléctrico y V2G, (Imagen tomada de Yao et al. (2017))

El sistema eléctrico y el esquema V2G clásico se representa en la figura 2.1. Este sistema está constituido de 6 subsistemas: 1) fuentes de energía y la red eléctrica 2); operador del sistema Independiente (ISO) y el agregador 3); infraestructura de carga 4); flujo de potencia unidireccional y bidireccional y las comunicaciones entre cada ISO y VEs, entre cada vehículo y el agregador, entre el agregador y ISO, 5); medición y control inteligente dentro del VEs y

6); los VEs gestiona su batería en el caso de VEs híbridos. En general con el esquema V2G se puede cargar o inyectar potencia a la red eléctrica cuando los VEs están parqueados y conectados según Pang et al. (2010). Para que los esquemas V2G funcione correctamente se requiere de tres elementos: cargador, comunicación con el operador o el agregador, y los medidores bidireccionales; para que haya una eficiente transacción de potencia requiere generalmente de cambio de mucha información de acuerdo a Eichi et al. (2012). En general, las comunicaciones deben ser bidireccionales dando reporte del estado de la batería SOC y recibiendo señales para la ejecución de carga o descarga según Kempton and Tomić (2005). Todo esto nos lleva al concepto de Smart grid (redes inteligentes) donde se puede integrar de forma eficiente el comportamiento y las acciones de todos los usuarios conectados a ella, de tal forma que se asegure un sistema energético sostenible y eficiente, con bajas pérdidas y altos niveles de calidad y seguridad de suministro.

2.1.1 Flujo de potencia unidireccional

Se dice que el flujo es unidireccional si la batería del VEs opera solo en modo carga; la implementación de este tipo de infraestructura no requiere de un costo elevado. El control de la carga puede ser gestionado con el precio de energía, el convertidor de potencia es menos complejo. Existe investigaciones de carga unidireccional donde realizan estrategias de carga óptima que maximizan los beneficios de los propietarios, agregadores, y la red explorando el impacto sobre la red de distribución según Sortomme and Sharkawi (2011).

2.1.2 Flujo de potencia Bidireccional

Se dice que el flujo de potencia es bidireccional si el convertidor puede operar tanto en modo carga o en modo descarga. Cuando opera en modo carga, el cargador toma energía de la red y en modo descarga esta la devuelve en las mismas condiciones ver (Sortomme and Sharkawi (2012)). También existen varias investigaciones sobre V2G bidireccional, pero existen muchos desafíos para su adopción donde esta puede ser la degradación de la batería por ciclos carga y descarga, infraestructura y comunicaciones. Los convertidores de potencia son más costosos, problemas de mediciones bidireccionales también adecuada coordinación de protecciones en la red, entre otros.

2.1.3 Beneficios de los esquemas V2G

Muchas personas utilizan vehículos para transportarse a los trabajos y regreso a la casa, pero en si la mayoría de los vehículos permanecen inmóviles casi todo el tiempo ya sea en garaje o en parqueaderos. En muchos casos, estos VEs puede ayudar a la red, proporcionando servicios auxiliares tales como regulación de voltaje y frecuencia (primaria, secundaria, terciaria) según

investigaciones realizadas Kempton and Tomić (2005) y Guille and Gross (2009), reserva rodante, soporte de potencia reactiva y balance de energía. Los esquemas V2G pueden reducir los costos generales de servicio y precios para los clientes, se puede vender energía a la red, mejorar los factores de carga y reducir la emisión para lograr esto se necesita el apoyo de un agregador.

2.1.4 Agregador

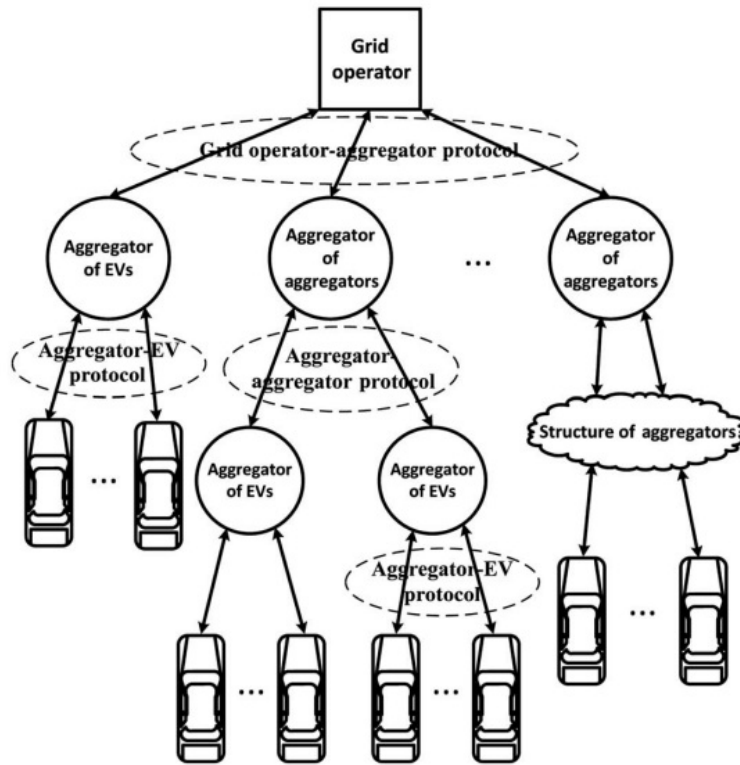


Figura 2.2: Estructura V2G y agregadores multinivel (Imagen tomada de Lin et al. (2014b))

La energía almacenada en un VEs individual es despreciable para el sistema de distribución. Debido a esto el concepto de agregador ha sido propuesto para proporcionar un almacenamiento viable y con ello poder interactuar con la red y mejorar la coordinación y la confiabilidad en todo el sistema eléctrico según Kempton and Tomić (2005), Guille and Gross (2009) y Aabrandt et al. (2012). Este agregador puede controlar los esquemas V2G, donde esta desempeña un papel importante entre los propietarios de los VEs, mercados de electricidad,

y los operadores del sistema de distribución o transmisión de acuerdo Chau et al. (2012), Bessa et al. (2012) y Meh. Para mantener la estabilidad de la red, se necesitan la información del flujo de potencia así como las comunicaciones entre agregadores, VEs, y la red tal como se muestra en la figura 2.2. Por lo tanto, para realizar una coordinación adecuada se necesitan de datos de cada VE tales como; tiempo de llegada, tiempo de salida, capacidad de la batería, el estado de la batería SOC, potencia de los cargadores y la interfaz entre agregadores o ISO. Cuando la red eléctrica solicita energía, el operador de la red eléctrica envía señales al agregador para administrar la descarga de VEs según Chau et al. (2012). Cada VE puede realizar un contrato con el agregador y a su vez el agregador realizar un contrato con la red para proporcionar servicios auxiliares según Srivastava et al. (2010) donde este recibe solicitudes del operador de la red y emite comandos individuales de potencia a los VEs contratados.

2.2 Esquema propuesto

Existe dos esquemas o arquitecturas para el control e integración de los VEs, es decir los esquemas directos y el esquema indirecto. En el esquema directo, la comunicación es realizado entre el ISO y los VEs. En este caso el operado necesita interactuar con millones de VE individuales, por lo tanto, la cantidad de señales de control y comunicación es enorme. Por otro lado, se tiene el esquema indirecto que involucra un agregador que recoge una flota de VEs tal como se mencionó en la sección 2.1.4. Para nuestro trabajo de investigación se propone el esquema indirecto tal como se puede apreciar en la figura (2.3).

De acuerdo al esquema propuesto, el agregador es un intermediario entre los VEs y el operador de red. En general el agregador puede tomar dos roles en el sistema. Con respecto a los VEs, el agregador representa el operador de red, tratando de coordinar la carga y descarga de las baterías de cada VE. Por el lado del operador de red, el agregador representa un agente de los VEs. Por lo tanto el diseño del agregador es muy desafiante, debido al hecho de las condiciones que presentan cada VE. En mercados eléctricos desregulados el agregador es un agente que puede comprar y vender energía a la red, donde cada VE puede tener un contrato bilateral físico directamente con el agregador y a su vez el agregador participar en diferentes estructuras de mercado eléctrico. En este sistema de distribución el agregador esta distribuido espacialmente en diferentes nodos del sistema y cuenta con comunicación bidireccionales. Para la modulación del agregador se tomo el modelo de tareas descrito en la sección 1.4.2. Por lo tanto, las ecuaciones de los agregadores que son utilizados para esta investigación son las siguientes:

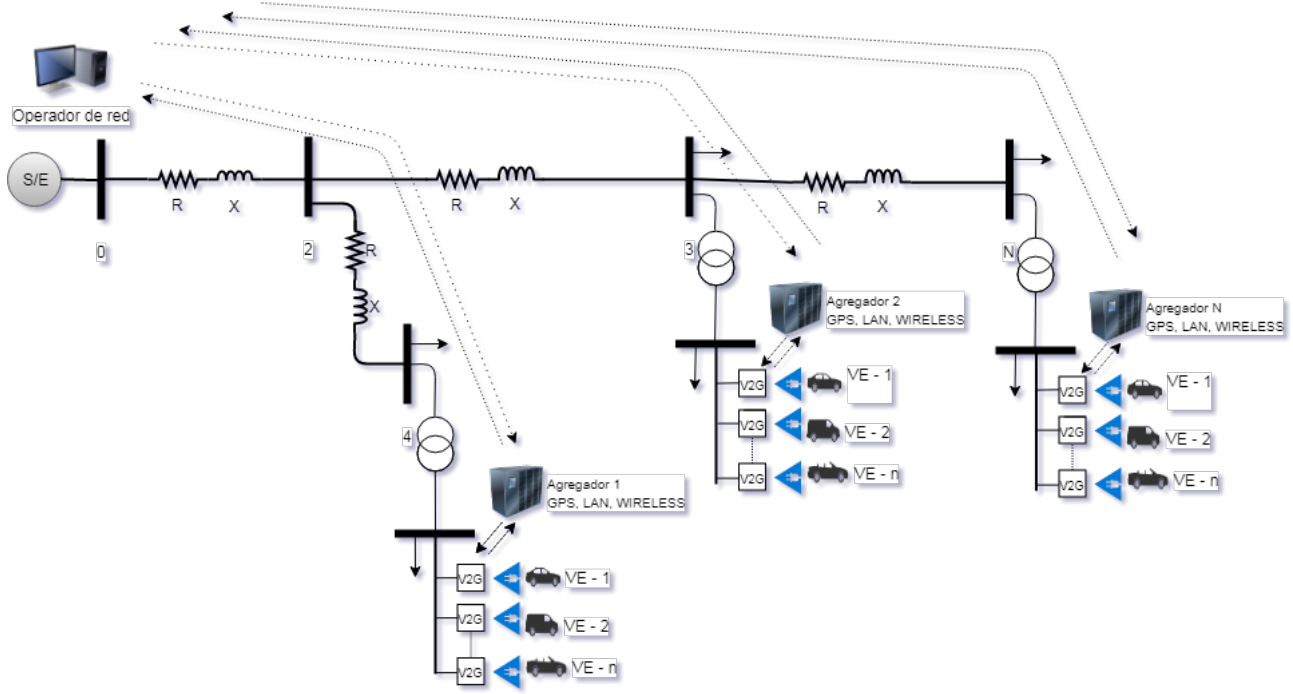


Figura 2.3: Esquema V2G indirecto. Esta será la arquitectura utilizada en este trabajo de grado

Definición 1. *Modelo del espacio de soluciones de cada agregador*

$$P_{kt}^{A,max} = \sum_v u_{vkt} P_{vt}^{carga} \quad (2.1)$$

$$P_{kt}^{A,min} = \sum_v u_{vkt} P_{vt}^{descarga} \quad (2.2)$$

$$\eta_{kt}^A = \sum_v u_{vkt} \eta_{vt} / \sum_v u_{vkt} \quad (2.3)$$

$$SOC_{kt}^A = \sum_v u_{vkt} SOC_{vt} / \sum_v u_{vkt} \quad (2.4)$$

Donde:

$P_{kt}^{A,max}$: Potencia máxima del agregador

- $P_{kt}^{A,min}$: Potencia mínima del agregador
 P_{vt}^+ : Potencia de carga del VEs
 P_{vt}^- : Potencia de descarga del VEs
 u : Número binario 1 si el VEs esta conectado 0 si el VEs esta desconectado
 k : Nodo o barra al que esta conectado el agregador
 t : Tiempo instantáneo en minutos
 v : Vehículo Eléctrico
 η_{kt}^A : Eficiencia del Agregador
 SOC_{kt}^A : Estado de carga del agregador

La ecuación (2.1) hace referencia a la potencia máxima del agregador es decir es la suma de todas las potencias de carga de cada VE que están conectados en un periodo (T). La ecuación (2.2) hace referencia a la potencia mínima del agregador de igual manera es la suma de todas las potencias de descarga de cada VE que están contados en un periodo (T). La ecuación (2.3) hace referencia a la eficiencia del agregador, por lo tanto es la suma individual de la eficiencia de cada VE, dividido entre el numero total de los VEs conectados en un periodo (T). Finalmente la ecuación (2.4) hace referencia al estado de carga del agregador que es la suma individual del estado de carga de cada VE, dividido entre el numero total de los VEs conectados en el periodo (T). La diferencia principal entre la potencia carga y la potencia de descarga son diferentes, debido al convertidor de potencia y su eficiencia. Pero para propósitos de este trabajo de grado, tanto la potencia de carga, descarga y eficiencia son las mismas.

2.3 Ecuaciones de flujo de carga

Las ecuaciones de flujo de potencia es el corazón para el análisis del estado del sistema. Estas ecuaciones modelan la relación no lineal entre los voltajes y las potencias activas y reactivas inyectadas a un sistema eléctrico. La ecuación de flujo de potencia se resuelve típicamente utilizando técnicas numéricas iterativas, como son los métodos de Newton-Raphson Glover et al. (2012), Gauss Seidel y el método barrido iterativo para sistemas radiales. Estos métodos aplicados al flujo de potencia informan aspectos importantes sobre el funcionamiento confiable y económico del sistema eléctrico, incluyendo los límites de estabilidad de voltaje, las evaluaciones de estabilidad dinámica y las limitaciones de transferencia de potencia que son originados por los aspectos físicos del sistema. Sin embargo, es importante reconocer que a medida que los parámetros se mueven fuera de los rangos de operación de rutina, el comportamiento de las ecuaciones de flujo de potencia puede ser muy complejo, lo que da como resultado una falla de convergencia para estas técnicas de solución. Las condiciones para garantizar la existencia de soluciones a las ecuaciones de flujo de potencia han sido,

por lo tanto, un tema de estudio activo. Haciendo uso de la figura (2.4) que es un sistema eléctrico de distribución simplificado de la figura (2.3), así como también la representación rectangular de potencia activa y reactiva, las ecuaciones de equilibrio de potencia en el bus k están dadas por las siguientes ecuaciones.

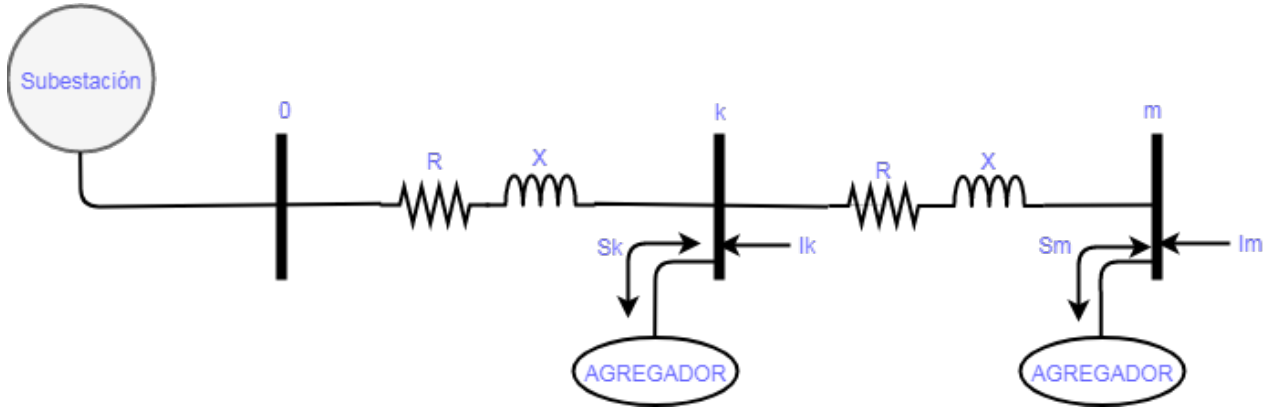


Figura 2.4: Sistema Eléctrico de distribución simplificado

Los voltajes y las corrientes nodales están relacionadas con la matriz de admitancia nodal de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} I_0 \\ I_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{00} & Y_{0N} \\ Y_{N0} & Y_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_0 \\ V_N \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Donde, 0 representa la barra slack y N el conjunto de todos los nodos restantes, cada corriente nodal representa el modelo de carga ZIP, es decir impedancia constante, corriente constante y potencia constante. Las ecuaciones que representan el modelo ZIP son (2.19) y (2.20). Desarrollando la ecuación (2.5) las corrientes nodales queda de la siguiente forma:

$$I_N = Y_{N0}V_0 + Y_{NN}V_N \quad (2.6)$$

En la ecuación (2.6) la corriente y el voltaje $I_N, V_N \in \mathbb{R}^n$ y la matriz de admitancia $Y_{NN} \in \mathbb{S}^N$. Por lo tanto reemplazando el índice N por k , donde $k \in N$ se tiene:

$$I_k = Y_{k0}V_0 + \sum_{m=1}^N Y_{km}V_m \quad (2.7)$$

La ecuación (2.7) representa la corriente en cada nodo. De esta manera se puede definir la potencia aparente por cada nodo k de la siguiente forma:

$$S_k = V_k I_k^* \quad (2.8)$$

y despejando I_k , se tiene

$$I_k = \frac{S_k^*}{V_k^*} \quad (2.9)$$

Donde $*$ representa el conjugado, por lo tanto, remplazando la ecuación (2.9) en la ecuación (2.7) se tiene lo siguiente:

$$S_k^* = Y_{k0} V_0 V_k^* + \sum_{m=1}^N Y_{km} V_m V_k^* \quad (2.10)$$

Separando en la parte real e imaginaria se tiene:

$$P_k - jQ_k = (G_{k0} + jB_{k0})(V_0 + jU_0)(V_k - jU_k) + \sum_{m=1}^N (G_{km} + jB_{km})(V_m + jU_m)(V_k - jU_k) \quad (2.11)$$

Desarrollando la ecuación 2.11 se obtiene la potencia nodal activa y reactiva

$$P_k = G_{k0} V_0 V_k + G_{k0} U_0 U_k + B_{k0} V_0 U_k - B_{k0} U_0 V_k + \sum_{m=1}^N G_{km} V_m V_k + G_{km} U_m U_k + B_{km} V_m U_k - B_{km} U_m V_k \quad (2.12)$$

$$Q_k = G_{k0} V_0 V_k - G_{k0} U_0 U_k - B_{k0} V_0 U_k - B_{k0} U_0 V_k + \sum_{m=1}^N G_{km} V_m V_k - G_{km} U_m U_k - B_{km} V_m U_k - B_{km} U_m V_k \quad (2.13)$$

Por lo tanto estas dos ecuaciones (2.12) y (2.13), es igual a las siguientes ecuaciones generales.

$$P_k = V_k \sum_{m=1}^N (G_{mk} V_m - B_{mk} U_m) + U_k \sum_{m=1}^N (B_{mk} V_m + G_{mk} U_m) \quad (2.14)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m=1}^N (-B_{mk} V_m - G_{mk} U_m) + U_k \sum_{m=1}^N (G_{mk} V_m - B_{mk} U_m) \quad (2.15)$$

Donde la potencia nodal es:

$$P_k = P_{gk} - P_{Dk} - P_k^A \quad (2.16)$$

$$Q_k = Q_{gk} - Q_{Dk} - Q_k^A \quad (2.17)$$

Los componentes de voltaje rectangular deben satisfacer adicionalmente la ecuación de magnitud de voltaje

$$|V_k|^2 = V_k^2 + U_k^2 \quad (2.18)$$

Donde:

P_k : Potencia activa inyectada en cada nodo

Q_k : Potencia reactiva inyectada en cada nodo

V_k : Voltaje de la componente real en cada nodo

U_k : Voltaje de la componente imaginario en cada nodo

N : Número de nodos

G_{km} : Conductancia

B_{km} : Susceptancia

P_k^A : Potencia activa del agregador

Q_k^A : Potencia reactiva del agregador

Para sistema de distribución se tiene en cuenta el modelo de la carga es decir, modelos de carga ZIP que consisten en componentes de impedancia constante, corriente constante y potencia constante ver (Chassin et al. (2011)). Estos modelos están representados por un polinomio de segundo orden con magnitud del voltaje en cada nodo k.

$$P_{Dk}(V_k) = a1_k V_k^2 + a2_k V_k + a3_k. \quad (2.19)$$

$$Q_{Dk}(V_k) = b1_k V_k^2 + b2_k V_k + b3_k. \quad (2.20)$$

Donde:

$a1_k, a2_k, a3_k$: Valores escalares de potencia activa del modelo ZIP para el nodo k

$b1_k, b2_k, b3_k$: Valores escalares de potencia reactiva del modelo ZIP para el nodo k

Es importante destacar que las ecuaciones (2.14), (2.15) y (2.18) del flujo de carga constituyen un conjunto no convexo. Por lo tanto es necesario hacer aproximaciones con el fin de obtener un modelo convexo. A diferencia de la Programación Lineal donde sus distintas aplicaciones corresponden a problemas de optimización convexos (situación que facilita la resolución computacional), en programación no lineal no existen garantías a priori que permita garantizar que un modelo en particular será un problema convexo.

2.4 Modelo matemático de Optimización no lineal

Consideramos k nodos del sistema eléctrico, donde $N = 1, 2, \dots, k$ representa el conjunto de todos los nodos, \mathcal{G} representa el conjunto de todos los generadores, y \mathcal{L} representa el conjunto de todas las líneas. Donde P_{Dk} y Q_{Dk} presentan la demanda activa y reactiva en el nodo $k \in N$. Sea $V_k = V_k + iU_k$ representar los voltajes en coordenadas rectangulares en cada nodo $k \in N$. Sea P_{Gk} y Q_{Gk} la generación en el nodo $k \in N$. Sea S_{km} representar el flujo de potencia aparente por las líneas entre los nodos $(k, m) \in \mathcal{L}$. Los superíndices "max" y "min" representan los límites inferiores y superiores. Sea $Y = G + iB$ la matriz de admitancia nodal. Sea $P_{kt}^{A,max}$ y $P_{kt}^{A,min}$ potencia activa del agregador en el nodo $k \in N$. Sea SOC_{kt}^A ser el estado de carga del agregador, y ζ_k el estado de carga final en el nodo $k \in N$. Se tiene el siguiente modelo.

Definición 2 (Modelo V2G-NL). *Definimos el modelo Vehicle-to-grid no lineal de la siguiente forma:*

$$\begin{aligned} \min_{V, \zeta} = & \left(2 \sum_{K=1}^N G_{k0} \cdot V_k \cdot V_0 \right) + \left(\sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N G_{km} \cdot V_k \cdot V_m \right) + \\ & \left(\sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N G_{km} \cdot U_k \cdot U_m \right) - \left(\sum_{k=1}^N \alpha \zeta_k \right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

sujeto a

$$P_{Gkt} - P_{Dkt} - P_{kt}^A = V_k \sum_{m=1}^N (G_{mk} V_m - B_{mk} U_m) + U_k \sum_{m=1}^N (B_{mk} V_m + G_{mk} U_m) \quad (2.22)$$

$$Q_{Gkt} - Q_{Dkt} - Q_{kt}^A = V_k \sum_{m=1}^N (-B_{mk} V_m - G_{mk} U_m) + U_k \sum_{m=1}^N (G_{mk} V_m - B_{mk} U_m) \quad (2.23)$$

$$P_{Gkt}^{min} \leq P_{Gkt} \leq P_{Gkt}^{max} \quad (2.24)$$

$$Q_{Gkt}^{min} \leq Q_{Gkt} \leq Q_{Gkt}^{max} \quad (2.25)$$

$$(V_k^{min})^2 \leq V_k^2 + U_k^2 \leq (V_k^{man})^2 \quad (2.26)$$

$$[S_{kmt}] \leq S_{km}^{max} \quad (2.27)$$

$$SOC_{k(t+1)}^A = SOC_{k(t)}^A + \eta_{kt}^A P_{kt}^A \quad (2.28)$$

$$P_{kt}^{A,min} \leq P_{kt}^A \leq P_{kt}^{A,max} \quad (2.29)$$

$$Q_{kt}^{A,min} \leq Q_{kt}^A \leq Q_{kt}^{A,max} \quad (2.30)$$

$$SOC_{kt}^{A,min} \leq SOC_{kt}^A \leq SOC_{kt}^{A,max} \quad (2.31)$$

$$SOC_{ktf}^A \geq \zeta_k \quad (2.32)$$

En este modelo V2G-NL la función objetivo (2.21) es convexa por ser una función cuadrática, donde se minimizan pérdidas totales de la red y se maximiza el estado de carga. Las restricciones (2.22) y (2.23) corresponde al balance de potencia es aquí donde se presenta la no linealidad y no convexidad; se debe notar que un problema de optimización convexa requiere que las restricciones de igualdad formen un conjunto afín (i.e $Ax = b$) como se

mostrara en el capítulo 3. Las restricciones (2.24) y (2.25) corresponden a los límites de potencia generada. La restricción (2.26) son los límites técnicos de los voltajes que también es convexa por ser una función cuadrática. La restricción (2.28) es afín y corresponde al estado de carga del agregador; en la literatura existen modelos no lineales del estado de carga pero para propósitos de esta investigación es usado este modelo lineal y es justificado en Sundström and Binding (2010). Las restricciones (2.29), (2.31), (2.32) corresponden a los límites de potencia de los agregadores, límites del estado de carga que por aspectos de ciclo de vida la batería no se puede descargar menos de 20% y por último se tiene la restricción del estado de carga al final del periodo.

La formulación del modelo V2G-NL es un problema no convexo debido al espacio no afín que presenta las restricciones (2.22) y (2.23) y por lo tanto se clasifica como un NP-Hard. Stev Low and Javad (2012) proponen una relajación convexa semi-definida del OPF. Con este fin, se observa que las restricciones de OPF se pueden expresar todas como funciones lineales de la matriz cuadrática xx^T . Esto implica que si la matriz xx^T es remplazado por una nueva variable $W \in \mathbb{S}^n$, entonces las restricciones (2.22) y (2.23) son afines. Debido a que W viene de xx^T se deben agregar dos restricciones al modelo V2G-NL y están son: 1) $W \succeq 0$ y 2) $\text{rango}(W) = 1$. Observar que la restricción 2) es la única restricción no convexa. Podemos formalizar esta observación con la siguiente proposición.

Proposición 1 (Modelo V2G-NLSD). *El modelo V2G-NL es equivalente al siguiente modelo no-lineal con restricciones semi-definidas el cual llamaremos (V2G-NLSD)*

$$\begin{aligned} \min_{W, \zeta} = & \left(2 \sum_{k=1}^N G_{k0} \cdot W_{k,0} \right) + \left(\sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N G_{km} \cdot W_{k,m} \right) + \\ & \left(\sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N G_{km} \cdot W_{N+m,N+k} \right) - \left(\sum_{k=1}^N \alpha \zeta_k \right) \end{aligned} \quad (2.33)$$

sujeto a

$$\begin{aligned} P_{Gkt} - P_{Dkt} - P_{kt}^A = & \sum_{m=1}^N (G_{mk} W_{(m,k)} - B_{mk} W_{(N+m,k)}) + \\ & \sum_{m=1}^N (B_{mk} W_{(m,N+k)} + G_{mk} W_{(N+m,N+k)}) \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$Q_{Gkt} - Q_{Dkt} - Q_{kt}^A = \sum_{m=1}^N (-B_{mk}W_{(m,k)} - G_{mk}W_{(N+m,k)}) + \sum_{m=1}^N (G_{mk}W_{(m,N+k)} - B_{mk}W_{(N+m,N+k)}) \quad (2.35)$$

$$P_{Gk}^{min} \leq P_{Gkt} \leq P_{Gk}^{max} \quad (2.36)$$

$$Q_{Gk}^{min} \leq Q_{Gkt} \leq Q_{Gk}^{max} \quad (2.37)$$

$$(V_k^{min})^2 \leq W_{kk} \leq (V_k^{man})^2 \quad (2.38)$$

$$(W_{kk} - W_{km})Y_{km}^* \leq S_{km}^{max} \quad (2.39)$$

$$SOC_{k(t+1)}^A = SOC_{k(t)}^A + \eta_{kt}^A P_{kt}^A \quad (2.40)$$

$$P_{kt}^{A,min} \leq P_{kt}^A \leq P_{kt}^{A,max} \quad (2.41)$$

$$Q_{kt}^{A,min} \leq Q_{kt}^A \leq Q_{kt}^{A,max} \quad (2.42)$$

$$SOC_{kt}^{A,min} \leq SOC_{kt}^A \leq SOC_{kt}^{A,max} \quad (2.43)$$

$$SOC_{ktf}^A \geq \zeta_k \quad (2.44)$$

$$W \succeq 0 \quad (2.45)$$

$$Rango(W) = 1 \quad (2.46)$$

Demostración. Notar que las restricciones (2.24) , (2.25) y (2.28)-(2.32) son iguales al las del modelo V2G-NL, por lo tanto solo resta analizar las demás restricciones. Sea un vector $x \in \mathbb{R}^n$ y una matriz $W \in \mathbb{S}^{2n}$ donde $W = xx^T$, tal que $x^T Y x = traza(Yxx^T) = tarza(YW)$, donde W es una matriz semidefinida positiva y $Y \in \mathbb{S}^{2n}$ matriz de admitancia nodal simétrica.

Las ecuaciones (2.22) y (2.23) es no afín. Por lo tanto para escribir la relajación semidefinida primero se define un vector de voltajes en coordenadas rectangulares de la siguiente manera:

$$x = [V_0 \ V_1, \dots, V_k \ U_0 \ U_1, \dots, U_k] \quad (2.47)$$

Luego se define $W \in \mathbb{S}^{2N}$ de la siguiente manera:

$$W = xx^T \quad (2.48)$$

Por lo tanto la ecuación (2.47) que de la siguiente manera:

$$W = \begin{bmatrix} V_0 V_0 & V_0 V_1 \cdots V_0 V_k & V_0 U_0 & V_0 U_1 \cdots V_0 U_k \\ V_1 V_0 & V_1 V_1 \cdots V_1 V_k & V_1 U_0 & V_1 U_1 \cdots V_1 U_k \\ \vdots & \ddots \vdots & \vdots & \ddots \vdots \\ V_k V_0 & V_k V_1 \cdots V_k V_k & V_k U_0 & V_k U_1 \cdots V_k U_k \\ U_0 V_0 & U_0 V_1 \cdots U_0 V_k & U_0 U_0 & U_0 U_1 \cdots U_0 U_k \\ \vdots & \ddots \vdots & \vdots & \ddots \vdots \\ U_k V_0 & U_k V_1 \cdots U_k V_k & U_k U_0 & U_k U_1 \cdots U_k U_k \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Lo que es lo mismo

$$W = \begin{bmatrix} V_{0,0} & V_{0,1} \cdots V_{0,k} & V_{0,k+1} & V_{0,k+2} \cdots V_{0,2k} \\ V_{1,0} & V_{1,1} \cdots V_{1,k} & V_{1,k+1} & V_{1,k+2} \cdots V_{1,2k} \\ \vdots & \ddots \vdots & \vdots & \ddots \vdots \\ V_{k,0} & V_{k,1} \cdots V_{k,k} & V_{k,k+1} & V_{k,k+2} \cdots V_{k,2k} \\ V_{k+1,0} & V_{k+1,1} \cdots V_{k+1,k} & V_{k+1,k+1} & V_{k+1,k+2} \cdots V_{k+1,2k} \\ \vdots & \ddots \vdots & \vdots & \ddots \vdots \\ V_{2k,0} & V_{2k,1} \cdots V_{2k,k} & V_{2k,k+1} & V_{2k,k+2} \cdots V_{2k,2K} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Por lo tanto reemplazando las ecuación (2.50) en la ecuaciones (2.12) y (2.13), se verifica que cumple con la preposición del modelo V2G-NLSD donde la única no convexa es que el $\text{rango}(W) = 1$.

□

Con respecto a modelos de carga ZIP (2.19) y (2.20), que está compuesto de funciones constantes, lineales y cuadradas de voltaje. Considerando el $\text{rango} = 1$ de la matriz Γ_k se puede representar estos términos para cada nodo k de la siguiente forma.

$$\Gamma_k = \begin{bmatrix} 1 \\ V_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & V_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & V_i \\ V_i & V_i^2 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Denotando los superíndices de los elementos de la matriz como (fila, columna). La restricción $\Gamma_k^{11} = 1$ y $\Gamma_k^{22} = V_k^2$, la función lineal del voltaje es obtenido usando Γ_k^{12} . (Notar que el voltaje V_k^2 se formulan en la relajación semi-definida del problema de OPF). Por lo tanto $\Gamma_k^{12} = \sqrt{\Gamma_k^{22}}$. Para representar las constantes en términos de Γ_k , se define las siguientes matrices.

$$T_K = \begin{bmatrix} a_{3k} & \frac{a_{2k}}{2} \\ \frac{a_{2k}}{2} & a_{1k} \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

$$\widetilde{T}_K = \begin{bmatrix} b_{3k} & \frac{b_{2k}}{2} \\ \frac{b_{2k}}{2} & b_{1k} \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

finalmente la representación de la carga ZIP es:

$$P_{Dk} = \text{traza}(T_K \Gamma_k) \quad (2.54)$$

$$Q_{Dk} = \text{traza}(\widetilde{T}_K \Gamma_k) \quad (2.55)$$

Notar que el modelo V2G-NLSD sigue siendo, no-convexo debido a la restricción (2.46) sin embargo las demás restricciones forman un conjunto convexo.

No confundir de operador \succeq con \geq , el primero representa el signo de la matriz semidefinida (i.e., dado dos matrices simétricas A y B, $A \succeq B$ implica A - B es una matriz semidefinida, significando que todos sus eigenvalores son no-negativos) y se conoce como el orden de *Löwner*, que es el orden parcial definido por el cono convexo de matrices semidefinidas positivas, mientras que el segundo es una relación de orden que se da entre dos valores cuando éstos son distintos.

Notar también que el modelo V2G-NLSD, esta definido sobre un espacio mas grande, es decir, considerando por ejemplo un sistema con 100 nodos. En ese caso el problema V2G-NL estaría definido en \mathbb{R}^{200} (i.e, es decir dos variables de control por cada nodo) mientras que el espacio de soluciones del problema V2G-NLSD estaría en \mathbb{S}^{200} . Sin embargo las características geométricas del espacio V2G-NLSD son muchos mejores desde el punto de vista solución.

Capítulo 3

Modelo V2G-ConvexoSD

3.1 Optimización convexa

La optimización convexa es un subcampo de la optimización que estudia el problema de minimizar las funciones convexas sobre los conjuntos convexas. La convexidad hace que la optimización sea más fácil que en el caso general, ya que el mínimo local es también un mínimo global, y las condiciones de primer orden son condiciones suficientes para el problema. A continuación presentamos algunas definiciones y teoremas que fueron tomados de los libros de los siguientes autores Boyd and Vandenberghe (2010), Luenberger (1970) y Parrilo et al. (2012)

Definición 3 (Conjunto convexo). *Se dice que un conjunto Ω de \mathbb{R}^n es convexo si para cualquier par de puntos $x, y \in \Omega$ existe un z el cual pertenece al conjunto ($z \in \Omega$) dado por:*

$$z = \lambda \mathbf{x} + (1 - \lambda) \mathbf{y} \in \Omega \quad (3.1)$$

para todo $\lambda \in [0, 1]$

Un ejemplo simple de conjunto convexo lo genera el espacio afín definido como

$$\Omega = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax = b\} \quad (3.2)$$

donde A es una matriz en \mathbb{S}^n y b es un vector columna.

Lema 1 (Intersección de conjuntos convexas). *La intersección de conjuntos convexas genera un nuevo conjunto convexo es decir si: Ω_1 y Ω_2 son convexas, entonces $\Omega_1 \cap \Omega_2$ es convexo.*

Demostración. Sea $\mathcal{C} = \bigcap C_i$. En caso de que \mathcal{C} sea no vacío, tomamos dos puntos $x, y \in \mathcal{C}$ y seleccionamos un $\lambda \in \mathbb{R}$ tal que $0 \leq \lambda \leq 1$. Evidentemente $x, y \in C_i$ pues tanto x como

y pertenecen a la intersección de C_i . Además $z = (1 - \lambda)x + \lambda y \in C_i$ pues cada uno de los conjuntos es convexo; por tanto, $z \in \mathcal{C}$ con lo que se concluye que \mathcal{C} es convexo. \square

Este lema es extendido a un numero infinito de conjuntos: si S_α es convexo para cada $\alpha \in A$, entonces $\bigcap_{\alpha \in A} S_\alpha$ es convexo. (Los subespacios, los conjuntos afines y los conos convexos también se cierran bajo intersecciones arbitrarias). Como ejemplo simple, un poliedro es la intersección de los semiespacios y los hiperplanos (que son convexos) y, por lo tanto, es convexo.

Definición 4 (Cono convexo). *un conjunto C no vacío es un cono si $x \in C$ implica que $\alpha x \in C$ para cualquier escalar $\alpha \geq 0$. Si, además, C es convexo, se dice que es un cono convexo.*

La figura 3.1 muestra un ejemplo de un cono convexo y de un cono no convexo.

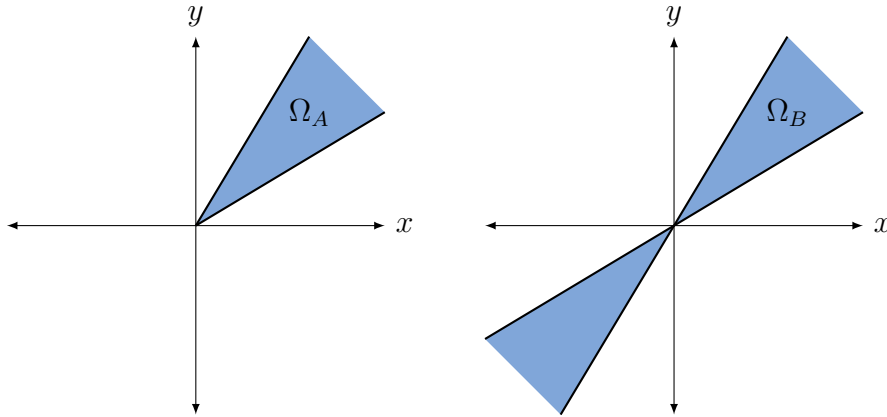


Figura 3.1: Ejemplo de un cono convexo y un cono no convexo

Definición 5. *Decimos que una matriz cuadrada $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es semi-definida positiva, representada por $(M \succeq 0)$ si para cualquier vector $x \in \mathbb{R}^n$, $x \neq 0$ se tiene que $x^T M x \geq 0$*

Lema 2 (Cono semidefinido). *Una restricción de la forma $X \succeq 0$ forma un conjunto convexo (cono semidefinido) en donde (\succeq) representa el suborden de Löwner*

Consideremos el siguiente conjunto

$$\Omega = \{X \in \mathbb{S}^n : X \succeq 0\} \quad (3.3)$$

La figura 3.2 muestra un ejemplo de un cono semidefinido.

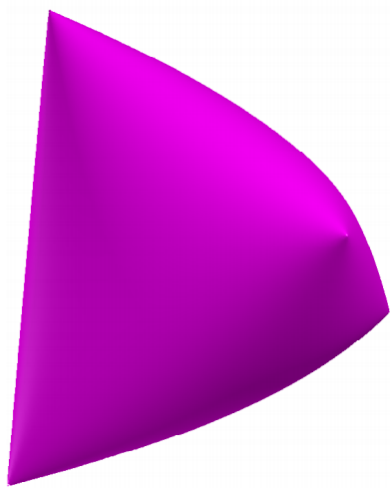


Figura 3.2: Ejemplo de un cono semidefinido imagen tomada de Parrilo et al. (2012)

Definición 6 (Función convexa). Sea $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, donde Ω es un conjunto no vacío de \mathbb{R}^n . La función f se dice que es convexa en Ω si para cualquier par de puntos \mathbf{x} y \mathbf{y} , y cualquier escalar λ que cumpla $0 \leq \lambda \leq 1$, se tiene:

$$f(\lambda \mathbf{x} + (1 - \lambda) \mathbf{y}) \leq \lambda f(\mathbf{x}) + (1 - \lambda) f(\mathbf{y}). \quad (3.4)$$

Si la desigualdad se satisface estrictamente en (2.4), se dice que f es estrictamente convexa. Similarmente, en una función f es cóncava si se cumple la relación (2.4) con la desigualdad inversa, esto es, si la función $(-f)$ es convexa.

Definición 7 (Problema de optimización convexa). Decimos que un problema es de optimización convexa si la función objetivo es convexa y las restricciones generan un conjunto convexo.

Notar que la última condición se puede evaluar fácilmente usando el Lema 1, si las restricciones de igualdad generan espacios afines y las restricciones de desigualdad conjuntos convexos.

Definición 8 (Óptimos locales y óptimo global). Un punto \tilde{x} es un óptimo local asociado al problema de optimización $\min f(x), x \in \Omega$, si existe un conjunto abierto \mathcal{H} que contiene a \tilde{x} tal que $f(x) \geq f(\tilde{x}), \forall x \in \mathcal{H}$. Si $\Omega \supseteq \mathcal{H}$ entonces el óptimo es global

La figura 3.3 muestra el concepto de óptimo local y global para dos funciones en \mathbb{R} . En el primer caso se tiene una función con dos óptimos (un mínimo y un máximo) mientras que en el segundo caso se tiene un solo óptimo global (en este caso, un mínimo).

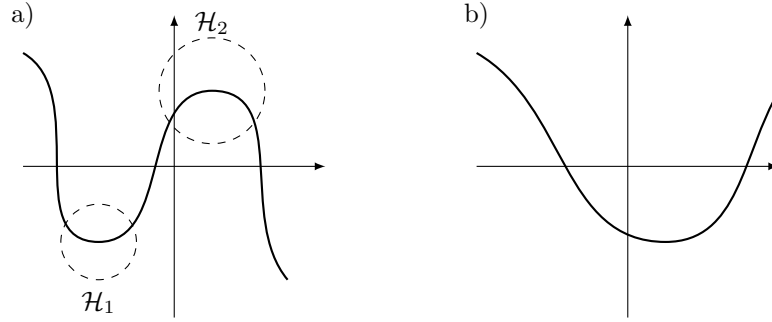


Figura 3.3: Ejemplo de óptimos locales y globales: a) óptimos locales y sus respectivos vecindarios de optimalidad \mathcal{H} , b) óptimo global

Demostración. Sea \bar{x} un óptimo local de f en Ω , entonces existirá un $x = \alpha\bar{x} + \beta y \in \mathcal{H}$ cumpliendo.

$$f(\bar{x}) \leq f(x), \forall x \in \mathcal{H}. \quad (3.5)$$

de tal manera que

$$f(x) = f(\alpha\bar{x} + \beta y) \leq \alpha f(\bar{x}) + \beta f(y) \quad (3.6)$$

por lo tanto se tiene

$$f(\bar{x}) \leq f(x) \leq \alpha f(\bar{x}) + \beta f(y) \quad (3.7)$$

donde

$$\alpha + \beta = 1 \quad (3.8)$$

y por despejando $\beta = 1 - \alpha$

$$(1 - \alpha)f(\bar{x}) \leq \beta f(y) \quad (3.9)$$

se puede comprobar que cumple con la definición 7.

$$f(\bar{x}) \leq f(y) \quad (3.10)$$

□

3.2 Relajación semi-definida del modelo V2G-NLSD

En el anexo B se presenta algunos conceptos básicos de programación semi-definida, que se utiliza para la formulación de la siguiente definición.

Definición 9 (V2G-ConvexoSD). *El modelo (V2G-NLSD) genera un modelo convexo relajado que denominaremos V2G-ConvexoSD al relajar la restricción (2.46) rango de la matriz W .*

Nota 1. *El problema V2G-ConvexoSD es una aproximación del modelo V2G-NLSD. Sin embargo, si la solución al problema de optimización resulta ser de rango 1 entonces el resultado constituye el óptimo global del problema original.*

Proposición 2 (Recuperar las variables originales). *Se puede obtener una solución aproximada del problema V2G-NLSD mediante la factorización de W (ver anexo B.2). Donde $V = (x^T \phi) = (\sqrt{\lambda} \phi)$*

Demostración. Sea $W \in \mathbb{S}^n$, un elemento $\phi \in \mathbb{R}^n$ se denomina eigenvector de W si existe un escalar $\lambda \in \mathbb{R}$ tal que: $W\phi = \lambda\phi$

$$W\phi = \lambda\phi \quad (3.11)$$

en este caso $\lambda \in \mathbb{R}$ se denomina el eigenvalor de la matriz W asociado al eigenvector por la derecha ϕ , y el eigenvector por la izquierda ψ .

$$W\psi = \lambda\psi \quad (3.12)$$

definiendo que $\psi^T = \phi$, y pre-multiplicando ϕ^T se tiene:

$$\phi^T W \phi = \phi^T \lambda \phi \quad (3.13)$$

recordado que $W = xx^T$

$$\phi^T xx^T \phi = \phi^T \lambda \phi \quad (3.14)$$

$$(x^T \phi)^T (x^T \phi) = \phi^T \lambda \phi \quad (3.15)$$

donde $\lambda = (\sqrt{\lambda})(\sqrt{\lambda})$

$$(x^T \phi)^T (x^T \phi) = (\phi^T \sqrt{\lambda})(\sqrt{\lambda} \phi) \quad (3.16)$$

y por ultimo separando

$$(x^T \phi)^T = (\phi^T \sqrt{\lambda}) \quad (3.17)$$

$$(x^T \phi) = (\sqrt{\lambda} \phi) \quad (3.18)$$

□

Estas ultimas dos ecuaciones corresponderían a la variable original, que para el caso del modelo V2G-ConvexoSD serian los voltajes en cada nodo.

Esta demostración corresponde a la factorización mediante descomposición de eigenvalor, como W es semidefinida, entonces los espacios propios que corresponden a valores propios son mutuamente ortogonales de esta manera se puede elegir una base ortonormal de vectores propios y como consecuencia de eso la matriz W es diagonalizable. Si la matriz W es de rango 1 esta se aproxima a las variables reales que en este caso son los voltajes nodales.

3.3 Formulación dual del problema de optimización

Proposición 3 (Dualidad del modelo V2G-ConvexoSD). *Para el problema semidefinido de la forma (V2G-ConvexoSD) generalmente llamado el problema primal, hay otro problema semidefinido asociado, llamado el problema dual, que se puede expresar como V2G-ConvexoSDD.*

Caso General

$$\text{Minimizar} = f(x) \quad (3.19)$$

sujeto a:

$$g_i(x) = b \quad (3.20)$$

$$h_j(X) \leq v \quad (3.21)$$

como f , h son funciones convexas y g funciones afines. Podemos asociar una función langrangeana \mathfrak{L} definida de la siguiente forma:

$$\mathfrak{L}(x, \lambda, \mu) = f(x) + \sum_i \lambda_i g_i(x) + \sum_j \mu_j h_j(x) \quad (3.22)$$

donde también podemos definir una nueva función llamada función dual de la siguiente forma:

$$\mathcal{W}(x, \lambda, \mu) = \inf_x (\mathfrak{L}(x, \lambda, \mu)) \quad (3.23)$$

notar que esta función sólo depende de (λ, μ) y que el ínfimo es tomado sobre x . Por lo tanto $\mathcal{W}(\lambda, \mu) \leq f(\tilde{x}) \leq f(x)$, osea que para cualquier punto factible, el dual es mucho mas pequeño que el primal.

Lema 3. *La función dual \mathcal{W} es convexa para cualquier tipo de funciones f , h , g .*

Demostración. Solo debemos comprobar que la función \mathcal{W} cumple con la desigualdad de Jensen, así que tomamos dos puntos (λ_1, μ_1) , (λ_2, μ_2) y dos valores reales $\alpha \geq 0, \beta \geq 0$ con $\alpha + \beta = 1$ y evaluamos la función en el segmento de recta resultante

$$\mathcal{W}(\alpha\lambda_1 + \beta\lambda_2, \alpha\mu_1 + \beta\mu_2) = \inf_x \{\mathcal{L}(x, \alpha\lambda_1 + \beta\lambda_2, \alpha\mu_1 + \beta\mu_2)\} \quad (3.24)$$

note que para un valor fijo de x tenemos que \mathcal{L} es una función afín y por tanto convexa. Bajo esta consideración y aplicando el ínfimo podemos fácilmente que \mathcal{W} es convexa. Note que no hicimos ninguna suposición relacionada con la convexidad o continuidad de las funciones f, h, g por lo cual W es una función convexa sin importar el tipo de problema de optimización. \square

Definición 10. Sea el problema semidefinido V2G-NLSD representado por las ecuaciones (3.12) a (3.21) podemos asociar un problema semidefinido dual V2G-NLSDD, que están íntimamente relacionado.

$$\text{maximizar} = \mathcal{W}(\lambda, \mu) \quad (3.25)$$

sujeto a

$$\mu \geq 0 \quad (3.26)$$

Definiendo los multiplicadores de Lagrange asociados con límites de desigualdad inferiores a las ecuaciones (2.36), (2.37), (2.38), (2.39), (2.41), (2.42), (2.44), (2.45) como $\underline{\mu}_{gp}, \underline{\mu}_{gq}, \underline{\mu}_w, \underline{\mu}_s, \underline{\mu}_{pA}, \underline{\mu}_{qA}, \underline{\mu}_{soc}, \underline{\mu}_{wr}$, y sus límites superiores como $\bar{\mu}_{gp}, \bar{\mu}_{gq}, \bar{\mu}_w, \bar{\mu}_s, \bar{\mu}_{pA}, \bar{\mu}_{qA}, \bar{\mu}_{soc}, \bar{\mu}_{wr}$, y por último los correspondientes a las ecuaciones de balance (2.34), (2.35) y (2.40) como λ_p, λ_q y λ_{soc}

$$\begin{aligned} A_k &= \sum_{m=1}^N (G_{km}\lambda_{pk} - B_{km}\lambda_{pk}) + \sum_{m=1}^N (B_{km}\lambda_{pk} - G_{km}\lambda_{pk}) \\ B_k &= \sum_{m=1}^N (-B_{km}\lambda_{qk} - G_{km}\lambda_{qk}) + \sum_{m=1}^N (G_{km}\lambda_{qk} - B_{km}\lambda_{qk}) \\ C_k &= SOC_{k(t+1)}^A \lambda_{soc} \\ D_K &= \mu_{wr} \\ E_k &= \underline{\mu}_{gpk} P_{Gk}^{min} - \bar{\mu}_{gpk} P_{Gk}^{max} + \underline{\mu}_{gqk} Q_{Gk}^{min} - \bar{\mu}_{gqk} Q_{Gk}^{max} + \underline{\mu}_w (V_k^{min})^2 - \bar{\mu}_w (V_k^{max})^2 - \\ &\sum_{m=1}^N \bar{\mu}_s (S_{km}^{max})^2 + \underline{\mu}_{pAk} P_{kt}^{A,min} - \bar{\mu}_{pAk} P_{kt}^{A,max} + \underline{\mu}_{qAk} Q_{kt}^{A,min} - \bar{\mu}_{qAk} Q_{kt}^{A,max} - \bar{\mu}_{\zeta_k} \zeta_{kf} \end{aligned}$$

$$\text{maximizar} = \sum_{k=1}^N E_k \quad (3.27)$$

sujeto a

$$\sum_{k=1}^N A_k \succeq 0 \quad (3.28)$$

$$\sum_{k=1}^N B_k \succeq 0 \quad (3.29)$$

$$\sum_{k=1}^N C_k \succeq 0 \quad (3.30)$$

$$\sum_{k=1}^N D_k \succeq 0 \quad (3.31)$$

Las variables $\underline{\mu}_{gp}, \underline{\mu}_{gq}, \underline{\mu}_w, \underline{\mu}_s, \underline{\mu}_{pA}, \underline{\mu}_{qA}, \underline{\mu}_{soc}, \underline{\mu}_{wr}, \bar{\mu}_{gp}, \bar{\mu}_{gq}, \bar{\mu}_w, \bar{\mu}_s, \bar{\mu}_{pA}, \bar{\mu}_{qA}, \bar{\mu}_{soc}, \bar{\mu}_{wr}, \bar{\mu}_{\zeta_k} \zeta_{kf}$ son positivos ≥ 0

Bajo ciertas hipótesis, el problema primal propuesto V2G-NLSD y el dual V2G-NLSDD dan lugar al mismo valor óptimo de la función objetivo, por lo tanto se puede resolver indirectamente el problema primal resolviendo el problema dual. Esto puede suponer una ventaja computacional relevante. También el problema dual es útil para estudios de sensibilidad, es decir, cuanto aumenta o disminuye la función objetivo al variar la demanda de los agregadores o de la demanda. Otro punto es también que se puede evaluar las condiciones de dualidad débil, dualidad fuerte y las condiciones de Slater.

3.4 Implementación del modelo semidefinido

En el modelo propuesto V2G-ConvexoSD su función objetivo es minimizar las pérdidas totales de la red y maximizar la carga de las baterías o satisfacción de los usuarios sujeto a las restricciones físicas y técnicas del sistema eléctrico de distribución y de los agregadores. La principal característica de obtener un modelo convexo es garantizar un óptimo global y unicidad en la solución, que a diferencia de los modelos heurísticos no garantizan un óptimo global ni unicidad en la solución. De esta manera el modelo propuesto V2G-ConvexoSD se utiliza para evaluar el ingreso de los VEs en la red en tiempo real mediante agregadores, con el fin de verificar los voltajes, la cargabilidad de las líneas y la carga de la batería. También este modelo puede ser extendido para evaluar el agregador como un mercante, es decir, que pueden participar en diferentes ofertas del mercado eléctrico ya sea comprando y vendiendo energía al mercado spot, de acuerdo a las políticas establecidas de cada país.

Capítulo 4

Resultados

4.1 Resultados numéricos

Se analiza el impacto de la penetración de un conjunto de VEs con el fin de observar el comportamiento de las variables de control, las pérdidas totales y la cargabilidad de las líneas. Para esto se generan cinco escenarios de carga en donde se considera si esta es de carga lenta, carga semi-rápida y carga rápida. En el primer escenario se realizó un caso base donde el sistema de prueba no tiene VEs y se compara con otros modelo propuesto en la literatura con el fin de comprobar el modelo V2G-ConvexoSD, en el segundo escenario se realizó una penetración del 25% ,en el tercer escenario se realiza una penetración del 50%, en el cuarto escenario el 75%, y en el quinto escenario se realizó una penetración del 100%. La simulación se lo realizó en periodos de 15 minutos, donde el objetivo es satisfacer la carga de la baterías al usuario y minimizar las pérdidas del sistema. Aquí en este modelo no se toma en cuenta los aspectos estocásticos de los VEs con respecto a la naturaleza de conducción, llegada y salida. Para la simulación se conoce los estado de carga iniciales de la batería SOC_0 , potencias de carga y descarga de los VEs y su eficiencia. La simulación se realizó en CVX que es un sistema de modelado basado en Matlab para la optimización convexa, por lo tanto CVX convierte a Matlab en un lenguaje de modelado, lo que permite especificar restricciones y objetivos utilizando la sintaxis de expresión estándar de Matlab.

4.2 Topología Eléctrica

La simulación se realizó en dos sistemas radiales de la IEEE:

- Primer caso se tiene el sistema de prueba IEEE-37 nodos, la subestación es de 230 kv /4.8 kv con una potencia de 2500 kVA ,tal como se muestra en la figura(D.1) del

anexo B, la capacidad de corriente en las líneas son los nodos: No. 1-3 es 483 A, No. 3-7,7-14,2-23 y 23-28 es 230 A, el resto son de 180 A, Los tipos de carga existentes en este circuito son de potencia constante kW-kVAR, impedancia constante Z y corriente constante I. La demanda total del circuito es 1.827 MW y 0.886 MVAR.

- Segundo caso se tiene el sistema de prueba IEEE-69 nodos, la subestación es 12.66 kV, tal como se muestra en la figura (D.1), la capacidad de corriente en las líneas son: No. 1-9 es 400 A, No. 46-49 y No. 52-64 es 300 A, y las otras líneas restantes son de 200 A, Los tipos de carga existentes en este sistema son de potencia constante kW-kVAR, impedancia constante Z y corriente constante I. La demanda total del circuito es 3.8 MW y 2.69 Mvar.

4.3 Datos del VEs

La marcas de los VEs más usados se presentan (4.1). Capacidad de la batería, tipo de batería, conector de carga lenta, semi-rápida y rápida, la eficiencia de la batería de 0.90 para todas las marcas, esto debido a las perdidas existentes en el proceso de conversión de energía y transferencia de energía bidireccional debido a un número finito de ciclos de carga y descarga, llamado ciclo de vida.

Tabla 4.1: Modelos VEs

Modelo	Tipo de Batería	Capacidad (kWH)	Tipo de carga (kW)
Nissan LEAF	ion-Lítio	40	3.7 /7.3/50
BMW i3	ion-Lítio	33	3.7 /7.3/50
Tesla Modelo S	ion-Lítio	60	3.7 /7.3/50
Renaul ZOE	ion-Lítio	41	3.7 /7.3/50

4.4 Simulación

Para el proceso de simulación de la penetración de los VEs con el agregador se conocen los datos de la capacidad de la batería y el tipo de carga presentado en la tabla (2.1), cada agregador esta ubicado en diferentes nodos del sistema de prueba IEEE, así como también la distribución de los VEs en cada agregador que se presenta en el anexo C. A través de un archivo excel se genera aleatoriamente el numero de VEs, estado de carga, tipo de potencia de carga, capacidad de la batería, para cada agregador. Este archivo de excel es importado por matlab que son parámetros de CVX. Como resultado de la simulación y de acuerdo a la

función objetivo se tiene las perdidas totales del sistema, el estado de carga del agregador, las corrientes por la líneas y los voltajes en los nodos.

4.5 Escenario 1

Se realizó una comparación del modelo propuesto V2G-ConvexoSD con la aproximación cuadrática Garcés (2016), donde este último es basado en aproximación lineal, del flujo de potencia en sistemas distribución tanto monofásico y trifásicos garantizando unicidad en la solución. También se comparó con el modelo del profesor Steven Low Low (2013) ya que este se trata de un modelo de flujo óptimo semidefinido donde el autor realiza varias matrices semi-definidas por cada nodo y la función objetivo es de minimizar el costo de operación del sistemas eléctrico. En este primer escenario no se consideró la ingreso de los vehículos eléctricos por lo tanto la función objetivo es de minimizar pérdidas totales de la red sujeto a las restricciones físicas y técnicas del sistema de distribución.

Tabla 4.2: Pérdidas Totales

Sistema de Prueba	V2G-SD	V2G-SDD	FlujoSD-LOW	Aprox Cuadrática
37-bus	0.0315574	0.0315574	0.0317069	0.0306533
69-bus	0.2247030	0.2247030	0.2223080	0.215710

En la tabla (4.2) se muestra las pérdidas totales de los sistemas de pruebas IEEE en por unidad (pu). El modelo propuesto V2G-ConvexoSD que es el primal garantiza la unicidad de la solución encontrando un óptimo global, con ello se verifica la Nota 1 que corresponde a la relajación semidefinida del modelo V2G-NLSD así como su definición 7 y también el Teorema 1, descritos en el capítulo 3. Con respecto a la formulación DUAL del problema V2G-NLSD los valores de la función objetivo son idénticas a la formulación V2G-ConvexoSD pudiendo así el gap de complementariedad es cero y por lo tanto cumple la definición de dualidad fuerte. Se debe notar que el gap es cero para problema V2G-NLSD si y solo si el rango de W de la formulación V2G-ConvexoSD es igual a 1. Existe un error muy pequeño de 1.495×10^{-4} y 9.041×10^{-4} en comparación con el modelo V2G-ConvexoSD - FlujoSD-Low y V2G-ConvexoSD - aproximación cuadrática. Sin embargo, la condición de rango no siempre se cumple, lo que significa que la relajación semi-definidas no dan soluciones físicamente significativas para todos los modelos de sistemas Molzahn et al. (2014) y Low (2013), para tales casos la relajación puede proporcionar un buen punto de partida para un algoritmo de búsqueda local.

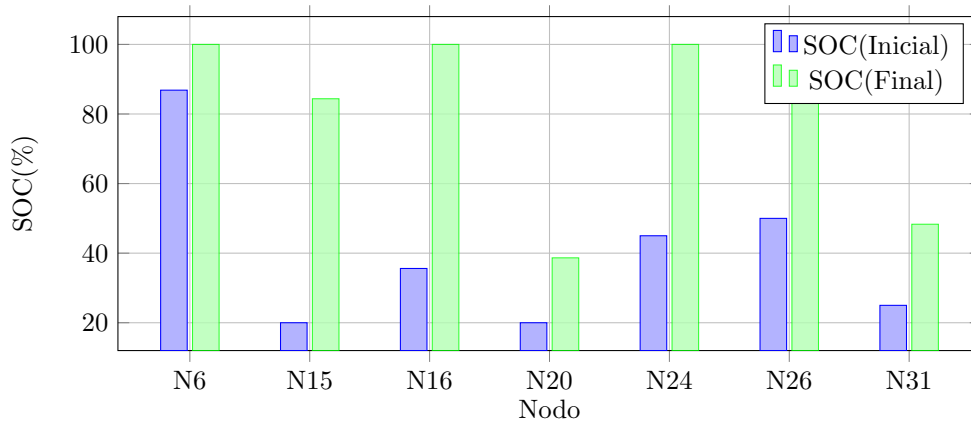
Tabla 4.3: Errores de voltaje

Modelos	IEEE - 37	IEEE - 69
V2G-ConvexoSD/FlujoSD-LOW	0.00024376	0.0002395
V2G-ConvexoSD/Aproximación Cuadrática	0.00024946	0.0017
Nodo	17	65

En la tabla 4.3 se muestra los errores de voltaje en por unida (pu), que presentan el modelo V2G-ConvexoSD con los dos modelos propuestos en la literatura. Para el sistema de prueba IEEE-37 nodos, el valor mas grande presenta en el nodo 17 y para el el sistema de prueba IEEE-69 nodos, el valor mas grande presenta en el nodo 65.

4.6 Escenario 2

En la tabla (4.1), se especifica las características de cuatro marcas de VEs que son utilizados para realizar la simulación, se considera una penetración de VEs del 25% de la carga total de los sistema de pruebas IEEE – 37 nodos, y IEEE – 69 nodos, que corresponde a 456 kW, y 950.47 kW. Para el sistema IEEE-37 nodos se tiene 7 agregadores distribuidos en diferentes nodos con un total de 32 VEs con diferentes potencia de carga/descarga, también se considera el estado de carga inicial aleatorio SOC_0 que se detalla en la tabla (C.1). Para el sistema IEEE-69 nodos se tiene 15 agregadores distribuidos en diferentes nodos con un total de 111 VEs con diferentes potencia de carga/descarga, también se considera el estado de carga inicial aleatorio SOC_0 que se detalla en la tabla (C.5).

Figura 4.1: Estado de carga al final de periodo SOC_{tf} IEEE – 37 – 25%

Dentro del periodo de simulación se puede observar en la figura (4.1), donde los agregadores de los nodos N. 6, 20 y 31, llegan a un estado de carga final SOC_{tf} de 100%, 38.56% y 48.28% , por lo tanto, para el agregador de la barra 1 todos los VEs conectados a este, están a su máxima capacidad, así se puede decir que los tres VEs tienen 40 , 33 , 41 kWh que es la capacidad de la batería. Para los agregadores del nodo N. 15 y 24 que tiene conectado 7 VEs cada una se clasifica como de carga semi-rápida y llega a un estado de carga final SOC 84.28% y 99.98%. Los agregadores de los nodos N. 16 y 26 se clasifica como de carga rápida por lo tanto el estado de carga alcanza el 100%.

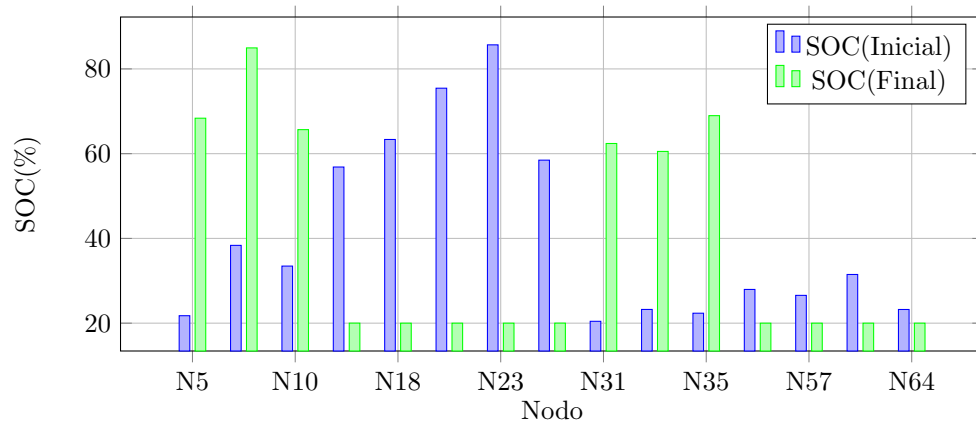


Figura 4.2: Estado de carga al final de periodo SOC_{tf} IEEE – 69 – 25%

De la misma manera para el sistema IEEE-69 nodos se observa en la figura (4.2), donde los agregadores de los nodos N. 14, 18, 20, 23, 27, 56, 57, 63 y 64, actúan como generadores distribuidos entregando potencia a la red. Llegando a un estado de carga final SOC_{tf} de 20%, que es la mínima por cada VEs. Los restantes agregadores del de los nodos N. 5, 7, 10, 31, 33 y 35 toman la potencia de la red para cargar llegando a un estado de cargar final SOC_{tf} de 68.37%, 84.96%, 65.70%, 62.39%, 60.52%, 68.96%.

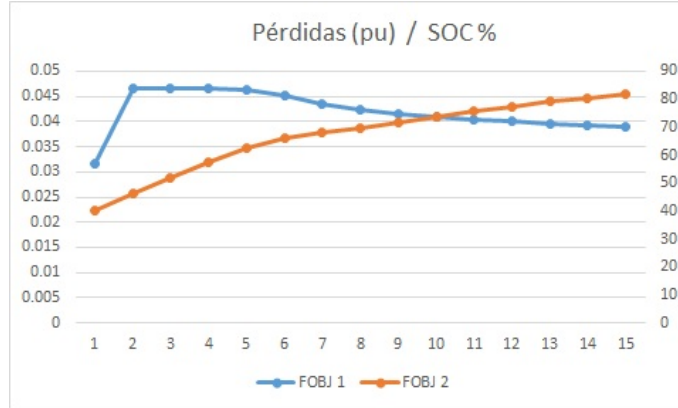


Figura 4.3: Pérdidas , SOC% Vs T (Periodo) *IEEE* – 37 – 25%

En la figura (4.3) se puede apreciar la evolución de la función objetivo FObj 1 y FObj 2 correspondientes a las pérdidas mínimas del sistema y estado de carga SOC% o satisfacción del usuario, en el periodo $t = 1$ se tiene las mismas pérdidas iniciales del sistema sin Agregadores es decir 0.0316 p.u y el estado de carga inicial SOC_1 de 40.35%, aquí se puede observar el valor máximo de las pérdidas totales del sistema que es de 0.0466 p.u que presenta en $t = 2$, mientras el estado de carga es una función creciente. Para el periodo final el estado de carga SOC_{tf} es de 81.62% y las pérdidas totales del sistema de 0.0389 pu.

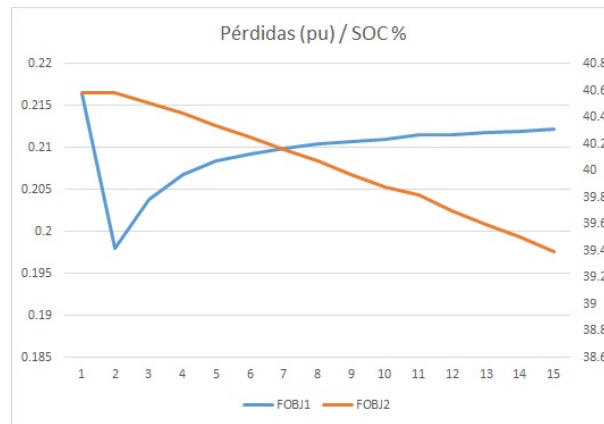


Figura 4.4: Pérdidas , SOC% Vs T (Periodo) *IEEE* – 69 – 25%

En la figura (4.4) se puede apreciar la evolución de la función objetivo FObj 1 y FObj 2 del sistema de prueba IEEE -69 correspondientes a las pérdidas mínimas del sistema y estado de carga SOC% o satisfacción del usuario. Para el modo carga, la corriente máxima

que presenta en el sistema es 456.2066 A y el voltaje mínimo presenta en el nodo N. 65 con 0.8946 pu, estos dos valores no cumplen con las restricciones técnicas en cargabilidad y voltaje. Por lo tanto, el modelo propuesto V2G-ConvexoSD, toma potencia de algunos agregadores con el propósito de cumplir con las restricciones técnicas mencionadas. Llegando a un estado de carga final de SOC_{tf} 39.39% y pérdidas mínimas totales de 0.2122 pu.

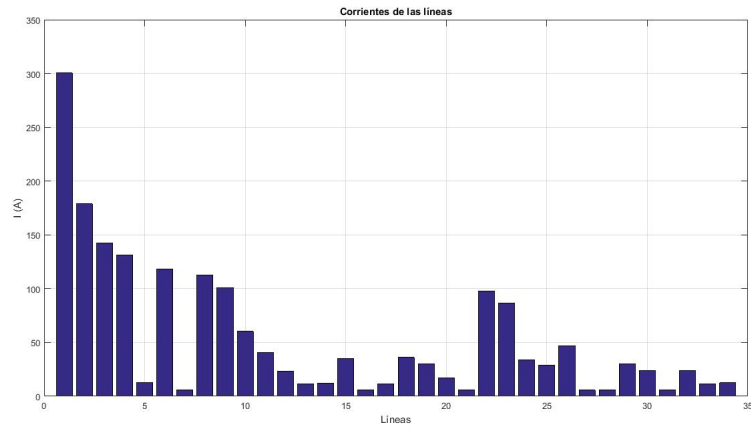


Figura 4.5: Corrientes por cada Línea SOC_{tf} IEEE – 37 – 25%

En la figura (4.5), se observa la corrientes por cada línea, aquí se presenta la máxima corriente en las líneas N. 701 – 702 y 702-703 con 300.5243 A y 178.7586 A para el mismo periodo $t = 2$ que hace que la función objetivo de pérdidas totales sea máxima pu. Estas dos líneas tiene una capacidad máxima de 483 A. Por lo tanto, la cargabilidad de líneas cumple con las restricciones técnicas. El mínimo voltaje del sistema se presenta en el nodo No. 15 con 0.9649 pu.

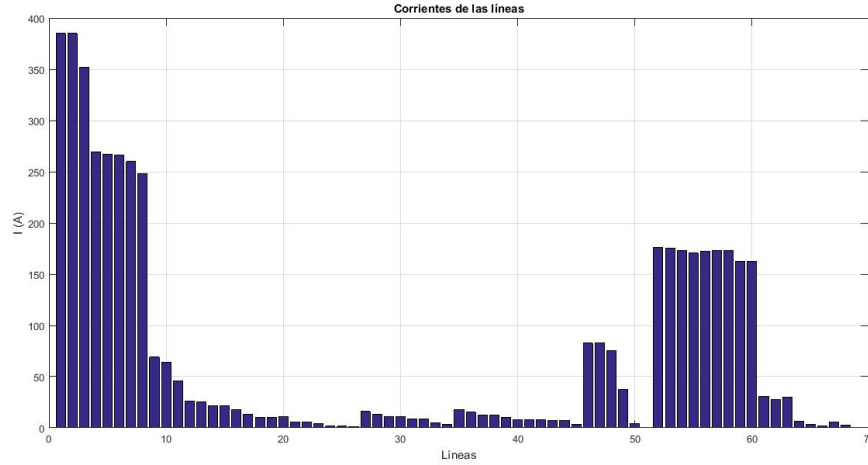


Figura 4.6: Corrientes por cada Línea SOC_{tf} IEEE – 69 – 25%

En la figura (4.24), se observa la corrientes por cada línea donde algunos agregadores inyectan potencia a la red, aquí se presenta la máxima corriente en las líneas N. 1 – 2 y 2 – 3 con 385.0730 A. Estas dos líneas tiene una capacidad máxima de 400 A. Por lo tanto, la cargabilidad de líneas cumple con las restricciones técnicas. El mínimo voltaje del sistema se presenta en el nodo No. 65 con 0.9109 pu.

4.7 Escenario 3

Nuevamente haciendo referencia a la tabla (4.2), donde se especifica las características de cuatro marcas de VEs que son utilizados para realizar la simulación, se considera una penetración de VEs del 50% de la carga total de los sistema de pruebas IEEE – 37 barras, y IEEE – 69, corresponde a 913 kW, y 1900.945 kW. Para el sistema IEEE-37 barras se tiene 7 agregadores distribuidos en diferentes nodos con un total de 32 VEs con diferentes potencia de carga/descarga, también se considera el estado de carga inicial aleatorio SOC_0 que se detalla en la tabla (C.2). Para el sistema IEEE-69 barras se tiene 24 agregadores distribuidos en diferentes nodos con un total de 243 VEs con diferentes potencia de carga/descarga, también se considera el estado de carga inicial aleatorio SOC_0 que se detalla en la tabla (C.6).

En figura No. (4.7) se representa el estado de carga final SOC_{tf} . Los agregadores ubicados en los nodos No. 6, 15, 20, 24 y 31, pertenecen a una carga lenta y estas llegan al estado de carga final SOC_{tf} 47.84%, 63.56%, 50.24%, 67.88% y 43.69%, mientras que los agregadores de los nodos No. 26, 27, 29 y 35 son de carga semi - rápida por lo tanto el estado de carga final SOC_{tf} es de 61.79% , 69.96%, 49.06 % y 100%, esta variación del estado de carga SOC

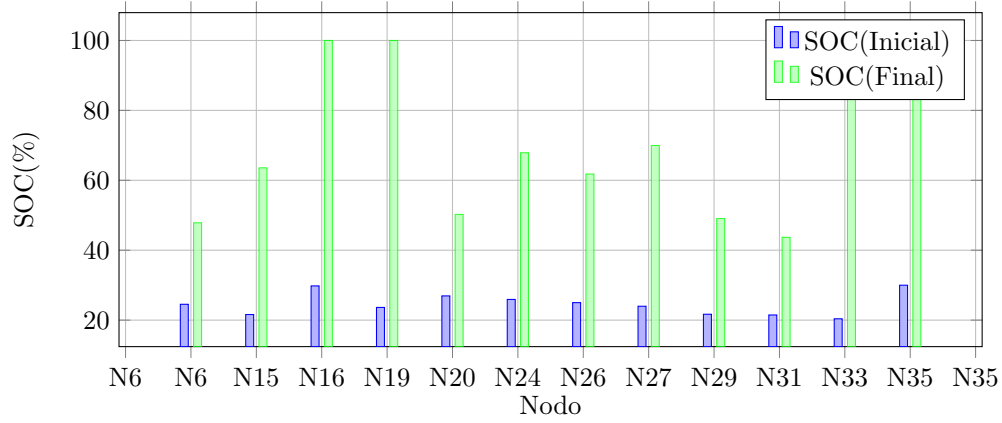


Figura 4.7: Estado de carga al final de periodo SOC_{tf} IEEE – 37 – 50%

se debe a que los VEs llegan con distintos estados de carga inicial SOC_0 al agregador . Los restantes agregadores son de carga rápida y llegan a un estado de carga final SOC_{tf} 100%.

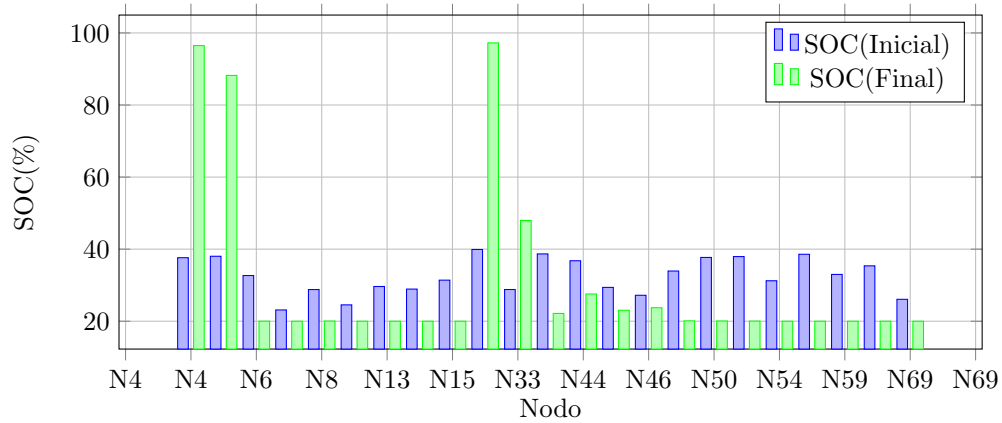


Figura 4.8: Estado de carga al final de periodo SOC_{tf} IEEE – 69 – 50%

Para el periodo de simulación de 15 minutos se puede observar en la figura (4.14), donde los agregadores de los nodos N. 6, 7, 8, 9, 13, 14, 15, 35, 44, 45, 46, 49, 50, 53, 54, 57, 59, 63 y 69 actúan como generadores distribuidos entregando potencia a la red. Llegando a un estado de carga final SOC_{tf} de 20%, que es la mínima por cada VEs. Los restantes agregadores del de los nodos N. 4, 5, 31 y 33 actúan como cargas tomando la potencia de la red para cargar, llegando a un estado de carga final SOC_{tf} de 97.58%, 96.47%, 99.88%, 46.19%.

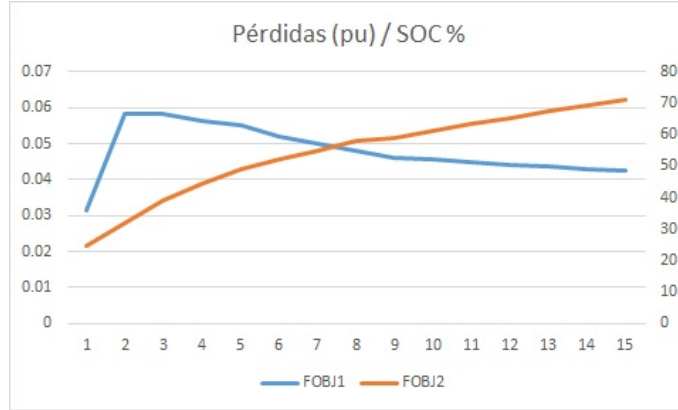


Figura 4.9: Pérdidas , SOC% Vs T (Periodo) *IEEE* – 37 – 50%

En la figura (4.9) se puede apreciar la evolución de la función objetivo FObj 1 y FObj 2 correspondientes a las pérdidas mínimas del sistema y estado de carga SOC% o satisfacción del usuario, en el periodo $t = 1$ se tiene las mismas pérdidas iniciales del sistema sin Agregadores es decir 0.0316 p.u y el estado de carga inicial SOC_0 de 24.57%, aquí se puede observar el valor máximo de las pérdidas totales del sistema que es de 0.0584 p.u que presenta en $t = 3$, mientras el estado de carga es una función creciente. Para el periodo final el estado de carga SOC_{tf} es de 71.17% y las pérdidas totales del sistema de 0.0427 pu.

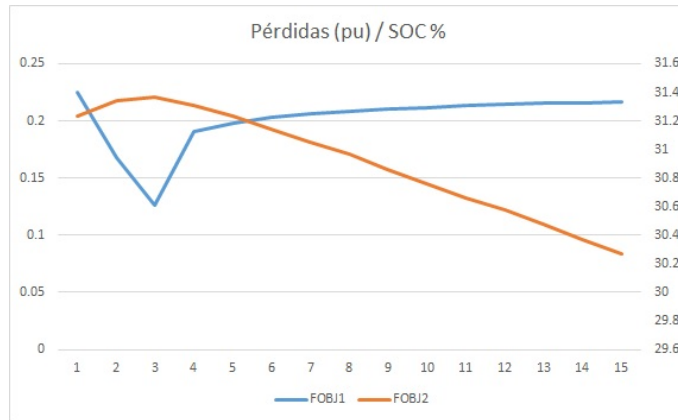


Figura 4.10: Pérdidas , SOC% Vs T (Periodo) *IEEE* – 69 – 50%

En la figura (4.10) se puede apreciar la evolución de la función objetivo FObj 1 y FObj 2 correspondientes a las pérdidas mínimas del sistema y estado de carga SOC% o satisfacción del usuario. Para el modo carga, la corriente máxima que presenta en el sistema es de 542.6242

A y el voltaje mínimo presenta en el nodo N. 65 con 0.8906 pu, estos dos valores no cumplen con las restricciones técnicas de cargabilidad y voltaje. Por lo tanto, el modelo propuesto V2G-ConvexoSD, toma potencia de algunos agregadores con el propósito de cumplir con las restricciones técnicas mencionadas. Llegando a un estado de carga final de SOC_{tf} 30.27% y pérdidas mínimas totales de 0.2164 pu.

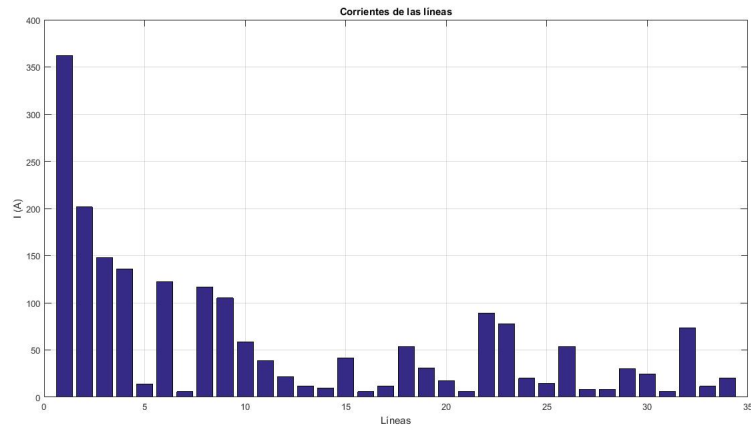


Figura 4.11: Corrientes por cada Línea SOC_{tf} IEEE – 37 – 50%

En la figura (4.11), se observa la corrientes por cada línea, aquí se presenta la máxima corriente en las líneas N. 701 – 702 y 702-703 con 367.9498 A y 207.2453 A para el periodo $t = 3$ que hace que la función objetivo de pérdidas totales sea máxima. Estas dos líneas tiene una capacidad máxima de 483 A. Por lo tanto, la cargabilidad de líneas cumple con las restricciones técnicas.El mínimo voltaje del sistema se presenta en el nodo No. 14 con 0.9625 pu.

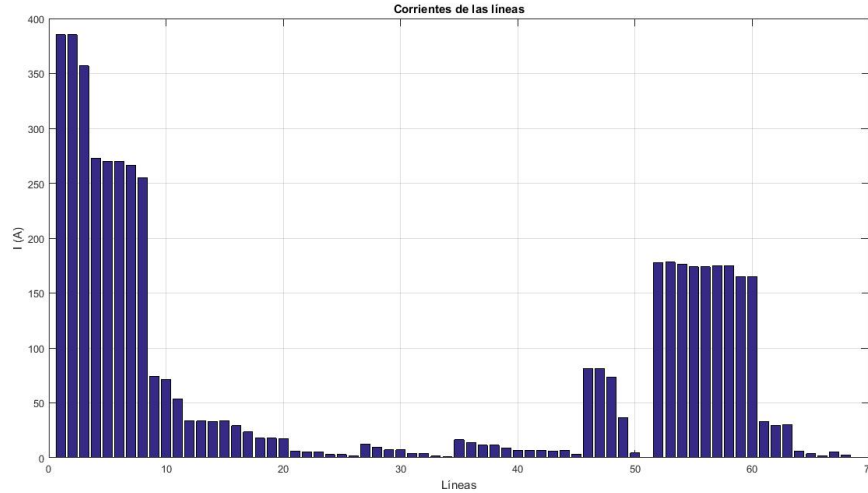


Figura 4.12: Corrientes por cada Línea SOC_{tf} IEEE – 69 – 50%

En la figura (4.24), se observa la corrientes por cada línea donde algunos agregadores inyectan potencia a la red, aquí se presenta la máxima corriente en las líneas N. 1 – 2 y 2 – 3 con 385.1349 A. Estas dos líneas tiene una capacidad máxima de 400 A. Por lo tanto, la cargabilidad de líneas cumple con las restricciones técnicas. El mínimo voltaje del sistema se presenta en el nodo No. 65 con 0.9110 pu.

4.8 Escenario 4

Nuevamente haciendo referencia a la tabla (4.2), donde se especifica las características de cuatro marcas de VEs que son utilizados para realizar la simulación, se considera una penetración de VEs del 75% de la carga total de los sistema de pruebas IEEE – 37 barras, y IEEE – 69 barras, corresponde a 1457.1 kW, y 2875.4 kW. Para el sistema IEEE-37 barras se tiene 14 agregadores distribuidos en diferentes nodos con un total de 123 VEs con diferentes potencia de carga/descarga, también se considera el estado de carga inicial aleatorio SOC_0 que se detalla en la tabla (C.3). Para el sistema IEEE-69 barras se tiene 24 agregadores distribuidos en diferentes nodos con un total de 362 VEs con diferentes potencia de carga/descarga, también se considera el estado de carga inicial aleatorio SOC_0 que se detalla en la tabla (C.7).

En figura No. (4.13) se representa el estado de carga final SOC_{tf} . Los agregadores ubicados en los nodos No. 4, 6, 7, 15, 20 y 24, pertenecen a una carga lenta y estas llegan al estado de carga final SOC_{tf} 66.49%, 68.22%, 67.09%, 79.57%, 71.62% y 65.75%, mientras

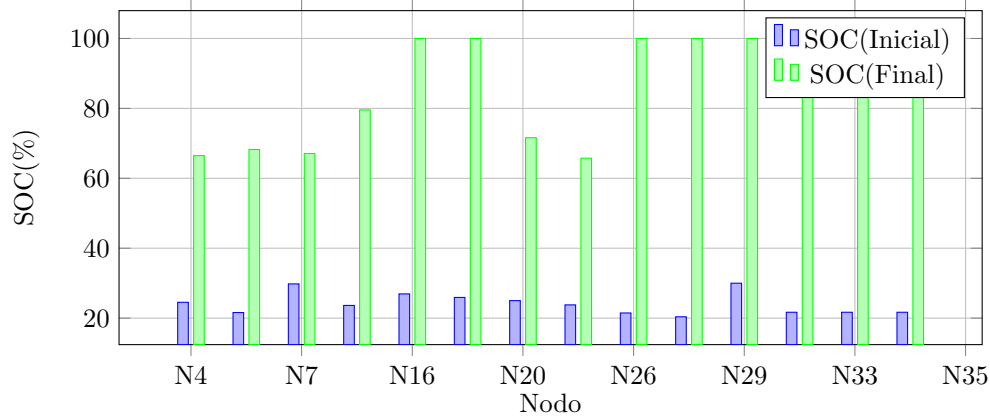


Figura 4.13: Estado de carga al final de periodo SOC_{tf} IEEE – 37 – 75%

que los agregadores de los nodos No. 26, 27, 29, 31 y 35 son de carga semi - rápida por lo tanto el estado de carga final SOC_{tf} es de 100%, esta variación del estado de carga SOC se debe a que los VEs llegan con distintos estados de carga inicial SOC_0 al agregador . Los restantes agregadores son de carga rápida y también llegan a un estado de carga final SOC_{tf} 100%.

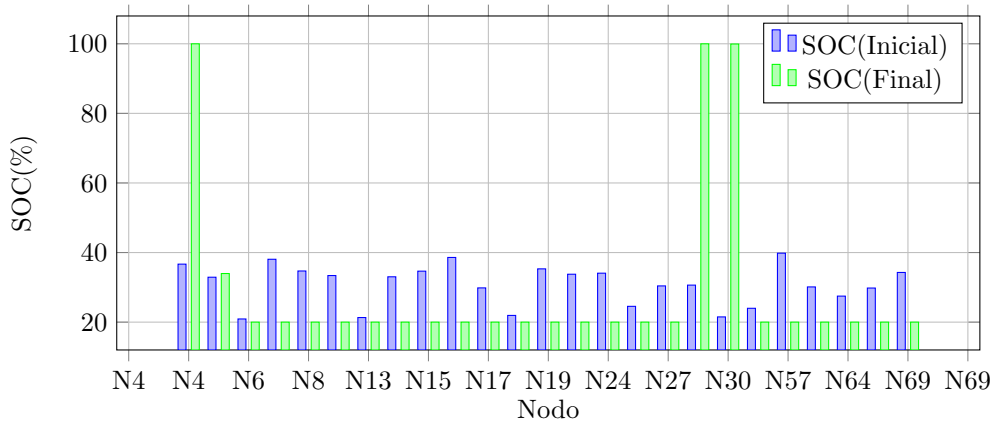


Figura 4.14: Estado de carga al final de periodo SOC_{tf} IEEE – 69 – 75%

Para el periodo de simulación de 15 minutos se puede observar en la figura (4.14), donde los agregadores de los nodos N. 6, 7, 8, 9, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 23, 24, 26, 27, 56, 57, 63, 64, 76 Y 69 actúan como generadores distribuidos entregando potencia a la red. Llegando a un estado de carga final SOC_{tf} de 20%, que es la mínima por cada VEs. Los restantes agregadores del de los nodos N. 4, 5, 29 y 30 actúan como cargas tomando la potencia de

la red para cargar, llegando a un estado de carga final SOC_{tf} de 99.97%, 34.21%, 99.97%, 99.73%.

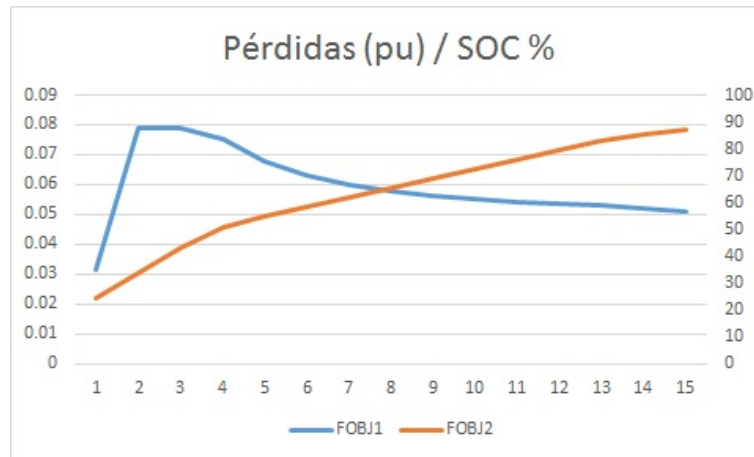


Figura 4.15: Pérdidas , SOC% Vs T (Periodo) *IEEE* – 37 – 75%

En la figura (4.15) se puede apreciar la evolución de la función objetivo FObj 1 y FObj 2 correspondientes a las pérdidas mínimas del sistema y estado de carga SOC% o satisfacción del usuario, en el periodo $t = 1$ se tiene las mismas pérdidas iniciales del sistema sin Agregadores es decir 0.0316 p.u y el estado de carga inicial SOC_0 de 24.15%, aquí se puede observar el valor máximo de las pérdidas totales del sistema que es de 0.0788 p.u que presenta en $t = 3$, mientras el estado de carga es una función creciente. Para el periodo final el estado de carga SOC_{tf} es de 87.07% y las pérdidas totales del sistema de 0.0507 pu.

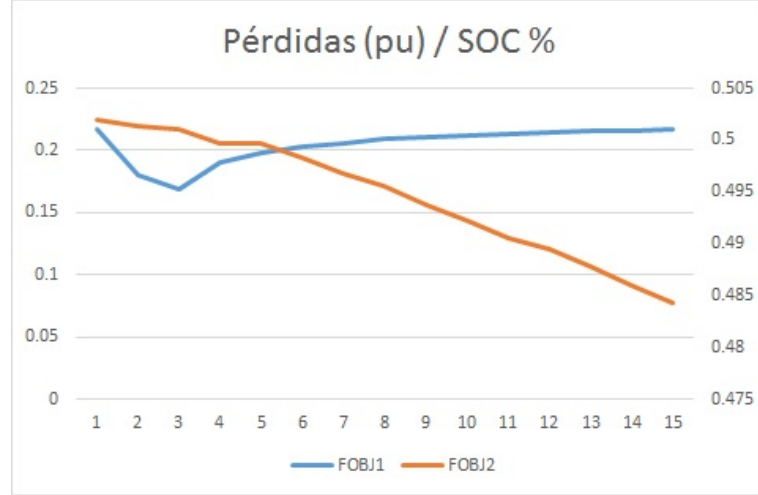


Figura 4.16: Pérdidas , SOC% Vs T (Periodo) *IEEE* – 69 – 75%

En la figura (4.16) se puede apreciar la evolución de la función objetivo FOBJ 1 y FOBJ 2 correspondientes a las pérdidas mínimas del sistema y estado de carga SOC% o satisfacción del usuario. Para el modo carga, la corriente máxima que presenta en el sistema es de 646.9419 A y el voltaje mínimo se presenta en el nodo N. 65 con 0.8731 pu, estos dos valores no cumplen con las restricciones técnicas en cargabilidad y voltaje. Por lo tanto, el modelo propuesto V2G-ConvexoSD, actúan como generadores entregando potencia a la red con el propósito de cumplir con las restricciones técnicas mencionadas. Llegando a un estado de carga final de SOC_{tf} 31.41% y pérdidas mínimas totales de 0.2123 pu.

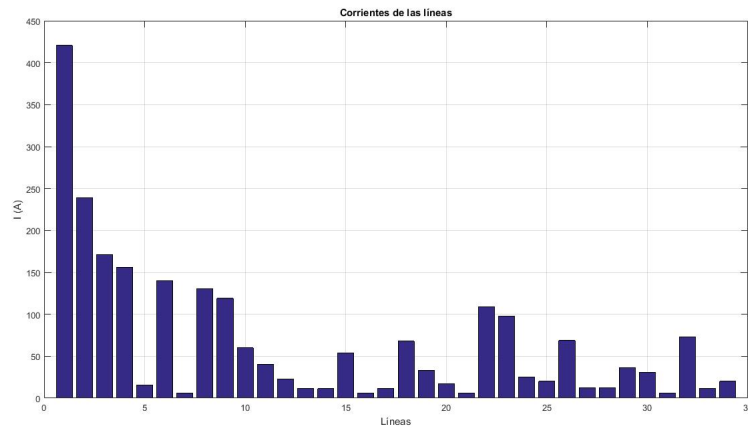


Figura 4.17: Corrientes por cada Línea SOC_{tf} *IEEE* – 37 – 75%

En la figura (4.17), se observa la corrientes por cada línea, aquí se presenta la máxima corriente en las líneas N. 701 – 702 y 702-703 con 426.4623 A y 244.8389 A para el periodo $t = 3$ que hace que la función objetivo de pérdidas totales sea máxima. Estas dos líneas tiene una capacidad máxima de 483 A. Por lo tanto, la cargabilidad de líneas cumple con las restricciones técnicas. El mínimo voltaje del sistema se presenta en el nodo No. 15 con 0.9578 pu.

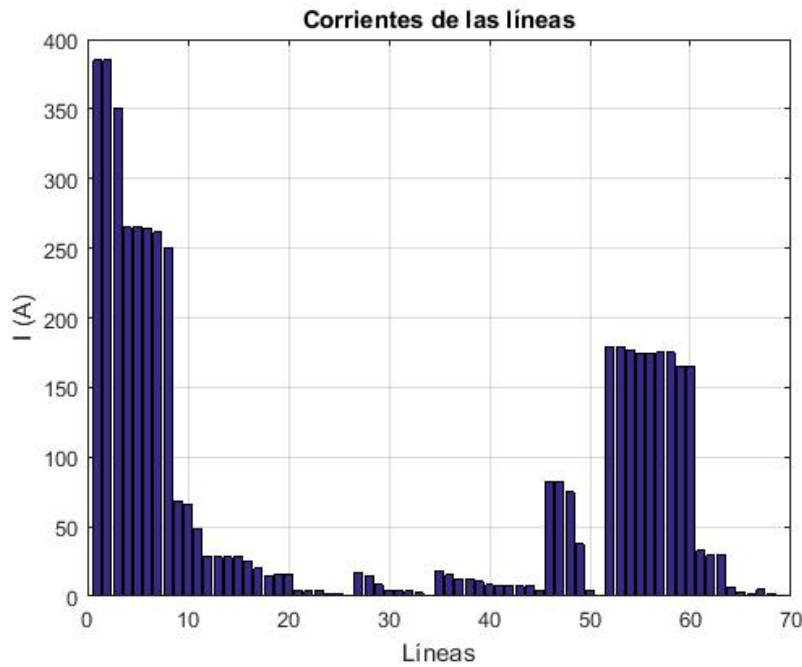


Figura 4.18: Corrientes por cada Línea $SOC_{tf} IEEE - 69 - 75\%$

En la figura (4.24), se observa la corrientes por cada línea donde algunos agregadores inyectan potencia a la red, aquí se presenta la máxima corriente en las líneas N. 1 – 2 y 2 – 3 con 385.0635 A. Estas dos líneas tiene una capacidad máxima de 400 A. Por lo tanto, la cargabilidad de líneas cumple con las restricciones técnicas. El mínimo voltaje del sistema se presenta en el nodo No. 65 con 0.9113 pu.

4.9 Escenario 5

Nuevamente haciendo referencia a la tabla (4.2), donde se especifica las características de cuatro marcas de VEs que son utilizados para realizar la simulación, se considera una

penetración de VEs del 100% de la carga total de los sistema de pruebas IEEE – 37 barras, y IEEE – 69 barras, corresponde a 1827 kW, y 3948.5. Para el sistema IEEE-37 barras se tiene 25 agregadores distribuidos en diferentes nodos con un total de 150 VEs con diferentes potencia de carga/descarga, también se considera el estado de carga inicial aleatorio SOC_0 que se detalla en la tabla (C.4). Para el sistema IEEE-69 barras se tiene 24 agregadores distribuidos en diferentes nodos con un total de 534 VEs con diferentes potencia de carga/descarga, también se considera el estado de carga inicial aleatorio SOC_0 que se detalla en la tabla (C.8).

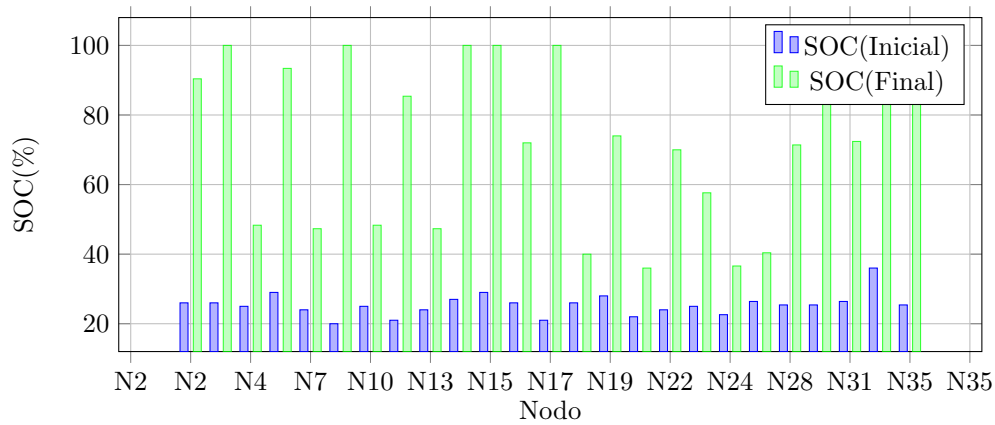


Figura 4.19: Estado de carga al final de periodo SOC_{tf} IEEE – 37 – 100%

En figura No. (4.19) se representa el estado de carga final SOC_{tf} . Los agregadores ubicados en los nodos No. 4, 7, 10, 13, 18, 21, 23, 24, 27, 33 y 35 pertenecen a una carga lenta y estas llegan al estado de carga final SOC_{tf} 48.31%, 47.31%, 48.31%, 47.31%, 39.99%, 35.99%, 57.63%, 36.59%, 40.39%, 100% y 100%, mientras que los agregadores de los nodos No. 2, 5, 11, 16, 19, 22, 28 y 31 son de carga semi - rápida por lo tanto el estado de carga final SOC_{tf} es de 90.39%, 93.39%, 85.39%, 71.99%, 73.99%, 69.99%, 71.39%, 72.39%, esta variación del estado de carga SOC se debe a que los VEs llegan con distintos estados de carga inicial SOC_0 al agregador . Los restantes agregadores son de carga rápida y también llegan a un estado de carga final SOC_{tf} 100%.

Para el periodo de simulación de 15 minutos se puede observar en la figura (4.20), donde los agregadores de los nodos N. 6, 7, 8, 9, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 23, 24, 26, 27, 56, 57, 63, 64, 67 Y 69 actúan como generadores entregando potencia a la red. Llegando a un estado de carga final SOC_{tf} de 20%, que es la mínima por cada VEs. Los restantes agregadores del de los nodos N. 4, 5, 29 y 30 actúan como cargas tomando potencia de la red para cargar llegando a un estado de carga final SOC_{tf} de 99.99%, 63.76%, 99.99%, 99.79%.

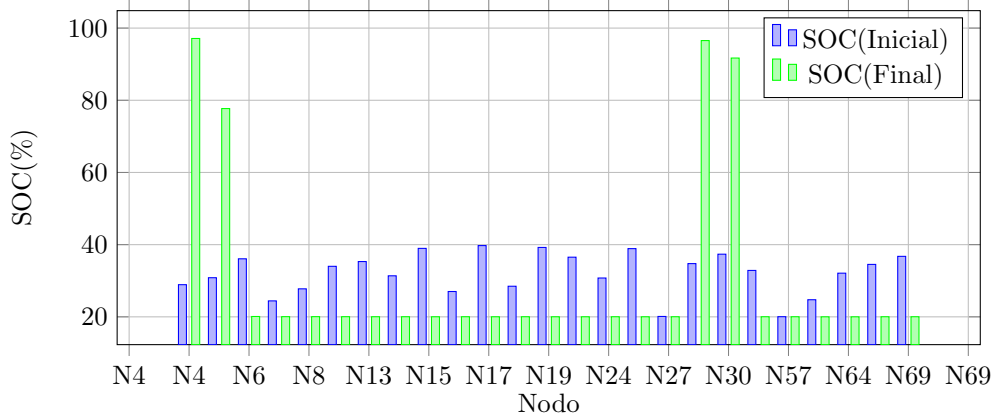


Figura 4.20: Estado de carga al final de periodo SOC_{tf} IEEE – 69 – 100%

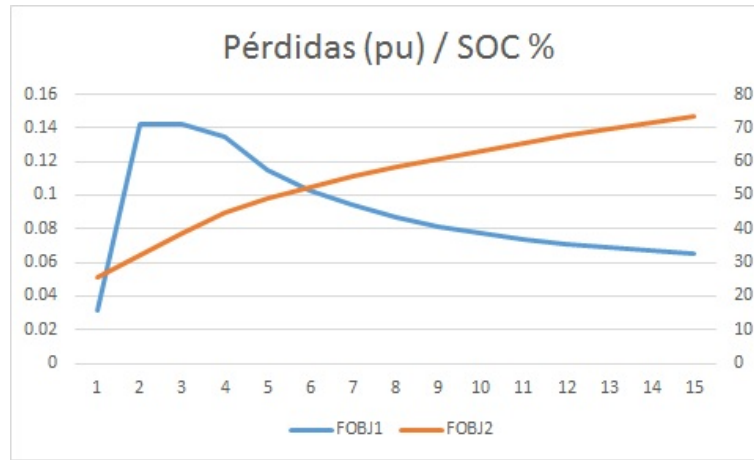


Figura 4.21: Pérdidas , SOC% Vs T (Periodo) IEEE – 37 – 100%

En la figura (4.21) se puede apreciar la evolución de la función objetivo FOB1 y FOB2 correspondientes a las pérdidas mínimas del sistema y estado de carga SOC% o satisfacción del usuario, en el periodo $t = 1$ se tiene las mismas pérdidas iniciales del sistema sin Agregadores es decir 0.0316 p.u y el estado de carga inicial SOC_0 de 25.42%, aquí se puede observar el valor máximo de las pérdidas totales del sistema que es de 0.1419 p.u que presenta en $t = 3$, mientras el estado de carga es una función creciente. Para el periodo final el estado de carga SOC_{tf} es de 73.23% y las pérdidas totales del sistema de 0.0653 pu.

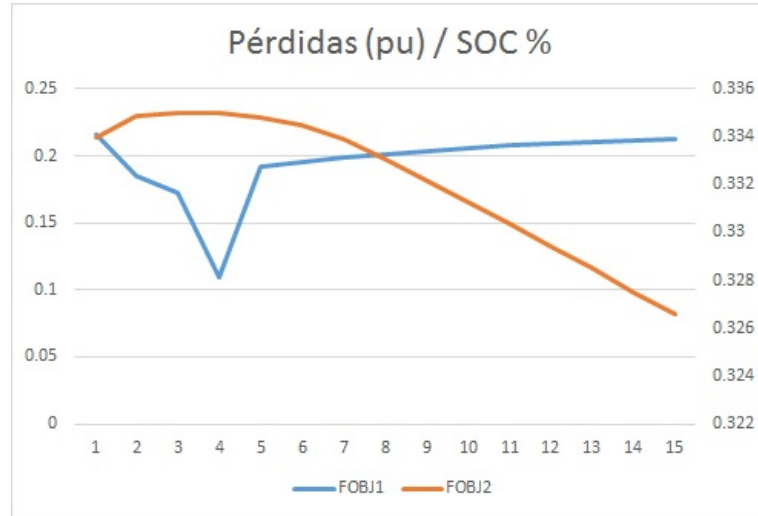


Figura 4.22: Pérdidas , SOC% Vs T (Periodo) *IEEE* – 69 – 100%

En la figura (4.22) se puede apreciar la evolución de la función objetivo FOBJ 1 y FOBJ 2 correspondientes a las pérdidas mínimas del sistema y estado de carga SOC% o satisfacción del usuario. Para el modo carga, la corriente máxima que presenta en el sistema es de 741.2950 A y el voltaje mínimo se presenta en el nodo N. 27 con 0.8584 pu, estos dos valores no cumplen con las restricciones técnicas en cargabilidad y voltaje. Por lo tanto, el modelo propuesto V2G-ConvexoSD actúan como generador entregando potencia a la red con el propósito de cumplir con las restricciones técnicas mencionadas. Llegando a un estado de carga final de SOC_{tf} 32.66% y pérdidas mínimas totales de 0.2123 pu.

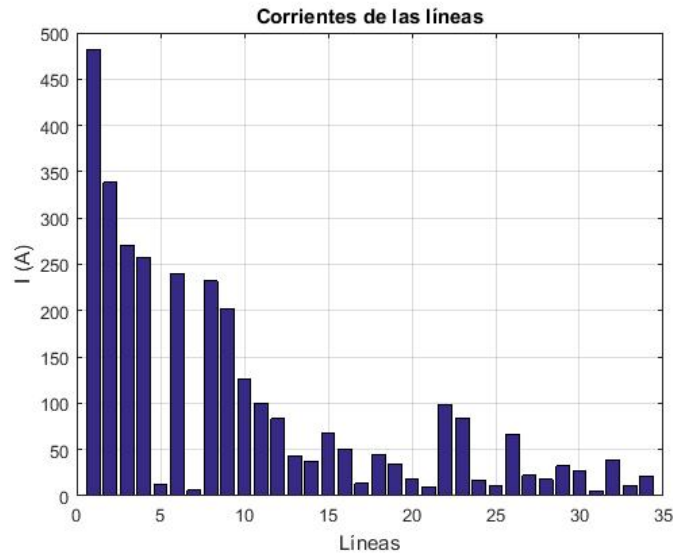


Figura 4.23: Corrientes por cada Línea SOC_{tf} IEEE – 37 – 100%

En la figura (4.23), se observa la corrientes por cada línea, aquí se presenta la máxima corriente en las líneas N. 701 – 702 y 702-703 con 481.9269 A y 338.6793 A para el periodo $t = 3$ que hace que la función objetivo de pérdidas totales sea máxima. Estas dos líneas tiene una capacidad máxima de 483 A. Por lo tanto, la cargabilidad de líneas cumple con las restricciones técnicas. El mínimo voltaje del sistema se presenta en el nodo No. 17 con 0.9359 pu.

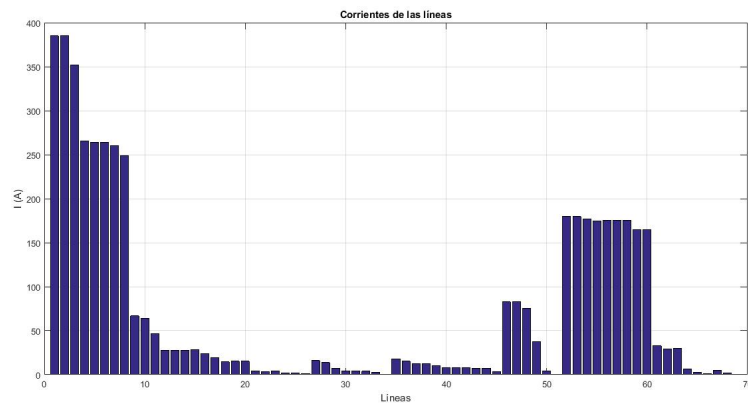


Figura 4.24: Corrientes por cada Línea SOC_{tf} IEEE – 69 – 100%

En la figura (4.24), se observa la corrientes por cada línea donde algunos agregadores inyectan potencia a la red, aquí se presenta la máxima corriente en las líneas N. 1 – 2 y 2 - 3 con 385.0639 A. Estas dos líneas tiene una capacidad máxima de 400 A. Por lo tanto, la cargabilidad de líneas cumple con las restricciones técnicas. El mínimo voltaje del sistema se presenta en el nodo No. 65 con 0.9111 pu.

Capítulo 5

Conclusiones

- Se comprobó el resultado del modelo V2G-ConvexoSD propuesto con los modelos de aproximación cuadrática y Flujo semidefinido para el flujo optima de potencia, dando como resultado una muy buena relajación, es decir que cumple la condición de $Rango = 1$ y con ello se obtiene un óptimo global. La formulación dual del modelo propuestó presento el mismo valor de la función objetivo, con la cual se puede decir que el modelo V2G-ConvexoSD es fuertemente convexa porque presenta unicidad en la solución y cumple la definición de dualidad fuerte o dualidad gap cero.
- Con la integración de los agregadores al sistema de prueba IEEE-37 nodos, donde este gestiona una flota de VEs y la integración del 25%, 50%, 75% y 100% de la carga total del sistema se verificó los limites de voltajes así como las capacidades de las líneas, cumplieron con las restricciones impuestas por el modelo V2G-ConvexoSD. Así el sistema de prueba puede operar al doble de la capacidad de la carga actual.
- Con la integración de los agregadores al sistema de prueba IEEE-69 nodos, donde este gestiona una flota de VEs y con la integración del 25%, 50%, 75% y 100% de la carga total del sistema, se verificó los límites de voltajes así como las capacidades de las líneas que no cumplieron con las restricciones impuestas por el modelo V2G-ConvexoSD. Por lo tanto, algunos agregadores actúan como generadores entregando potencia a la red y los restantes; como carga tomando potencia de la red. Esto debido a que el sistema debe cumplir con las restricciones técnicas y físicas impuestas en el modelo. Por lo tanto se debe re-potenciar el sistema para la integración de los VEs, con el fin de cumplir con los requisitos de operación y seguridad del sistema eléctrico.

5.1 Futuros trabajos de investigación

Los futuros trabajos derivados de este trabajo de grado son:

- Implementar otros modelos convexos como el caso de la programación cónica de segundo orden (SOCP) con el fin de verificar los tiempos de cómputos.
- Modelar los aspectos estocásticos de los VEs cómo; tiempo de llegada, tiempo de salida, hábitos de viajes, distancia recorrida, matriz origen-destino, así como los aspectos mecánicos y físicos de los VEs.

Anexo A

Vehículos eléctricos: Estado de arte y características básicas de VEs en el mercado

A.1 Vehículos eléctricos

A.1.1 Definición

Un vehículo eléctrico(VE) es un automóvil propulsado por uno o más motores eléctricos, usando energía eléctrica almacenada en baterías recargables. Los motores eléctricos proporcionan a los vehículos eléctricos un torque instantáneo, creando una aceleración fuerte y continua endesaeduca

A.1.2 Breve historia

A principios de 1900 se desarrollaron motores que funcionaban a través de energía eléctrica he impulsaban vehículo a una velocidad máxima de 40 *km/h*. A medida que la industria automotriz avanzaba se crearon vehículos a gasolina los cuales empezaron a superar en velocidades a los motores eléctricos. Aunque los VE se retiraron por primera vez en 1930, se hicieron varios intentos por revivir el mercado. En Estados Unidos a finales de 1960, las preocupaciones por la contaminación del aire fueron la clave para que el congreso aprobara la ley de aire limpio, lo cual permitió promocionar los vehículos eléctricos como un medio para reducir la contaminación. Además el petróleo árabe en 1973 proporciono un mayor impulso ya que los precios de la gasolina y las filas en las estaciones de servicio se hicieron cada vez más larga; esta situación llevo a que en 1974 existiera "El primer pasajero con licencia" de

un vehículo eléctrico en América Thomas (1960).

En el año de 1990 a 1995 se empezaron a generar proyectos para la inclusión del vehículo eléctrico a la red de distribución, Esta nueva dinámica llevó a la alianza Peugeot-Citroen a desarrollar a un proyecto de gran escala con la producción y venta de dos modelos 100% eléctricos, el Peugeot 106 y el Citroen Saxo. Desafortunadamente, no tuvieron éxito alguno, ya que sólo se vendieron 10.000 unidades hasta 2002, una cifra muy por debajo de las previsiones, cifradas en 1.000.000 de unidades vendidas durante ese mismo periodo.

Uno de los problemas más relevantes para los fabricantes de vehículos eléctricos fueron las baterías de níquel-cadmio (Ni-Cd) tenían una autonomía limitada a 60/80 kilómetros. Renault también vendió una versión de la Renault Kangoo denominada Elect'Road, una versión eléctrica de rango extendido, que contaba con un pequeño motor térmico que hacía las veces de generador eléctrico. A pesar de todo, estos modelos no tuvieron ningún éxito comercial. En los Estados Unidos el coche eléctrico también experimentó un tremendo fracaso cuando General Motors abandonó el desarrollo del GM EV1, que se suponía que debería haber revolucionado el mercado americano. Indudablemente, los vehículos eléctrico luchaba por salir a flote durante una época poco propicia, finales de 1990, una época marcada por una notable caída en los precios del petróleo, lo que motivaba una menor atención por parte del público en general y la presión gubernamental en la búsqueda de soluciones alternativas se reducía notablemente.

En 2005 Tesla Motors lanza al mercado el Tesla Roadster, el primer deportivo eléctrico y equipado con baterías de ión-litio la cual permite una mayor velocidad y recorrido, solo que esta batería tiene un periodo de vida corto.

En 2006 Bolloré desarrolla la primera generación del BlueCar, un pequeño utilitario eléctrico equipado con baterías de ión-litio polímero.

En la actualidad, muchas empresas como GM, Ford, tesla entre otros, están cada vez fabricando nuevos Vehículos Eléctricos con mayor prestación, beneficio en kilometraje y capacidad de costo de adquisición. China es el fabricante y vendedor de autos eléctricos más grande del mundo. Este año, los compradores chinos están encaminados a obtener casi 300.000 de estos vehículos: tres veces la cantidad que se espera vender en Estados Unidos y más que la suma del resto de los países en el mundo.

A.1.3 Componentes básicos de un vehículo Eléctrico

El vehículo eléctrico (VE) esta compuesto por los siguientes componentes básicos que se pueden observar en el siguiente figura A.1

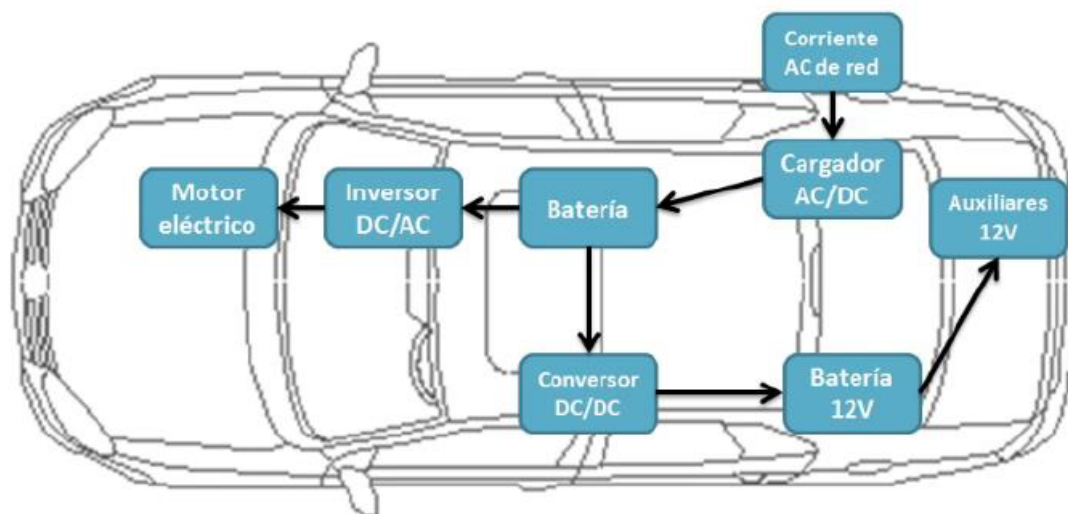


Figura A.1: Componentes básicos de un vehículo Eléctrico

A.1.3.1 Cargador

El cargador o convertidor es aquel elemento que absorbe la electricidad de forma alterna, directamente desde la red y la transforma en corriente continua, para así poder cargar la batería del VE

A.1.3.2 Batería

Las baterías de Litio-ion almacenan la energía que le cede el cargador en forma de corriente continua (DC). Esta batería principal es el medio por el que se alimenta todo el VE.

A.1.3.3 Conversor

El conversor transforma la alta tensión de corriente continua, que aporta la batería principal, en baja tensión de corriente continua. Este tipo de corriente es el que se utiliza para alimentar las baterías auxiliares de 12V, que son las que alimentan los componentes auxiliares eléctricos del vehículo.

A.1.3.4 Inversores

Los inversores son los encargados de transformar la corriente continua que cede la batería principal, en corriente alterna. De esa manera se puede alimentar el motor en corriente alterna del VE

A.1.3.5 Motor eléctrico

El motor de un VE puede ser un motor de corriente alterna o de corriente continua. La diferencia entre estos los dos tipos, principalmente, es la forma de alimentación. El de corriente continua se alimenta directamente desde la batería principal, y el de corriente alterna se alimenta a través de la energía que emite la batería previamente transformada en corriente alterna a través del inversor

A.1.4 Tipos de vehículos eléctricos

Los tipos de vehículos eléctricos más comunes existentes en el mercado son el; Vehículo eléctrico a baterías o Battery Electric Vehicle (BEV), Vehículo eléctrico híbrido enchufable o Plug-in Hybrid Electric Vehicle (PHEV) y el vehículo eléctrico híbrido o Hybrid Electric Vehicle (HEV), en la figura A.2 se puede observar como están clasificados estos Vehículos y en la tabla A.1 se observa su descripción así como sus ventajas y desventajas.

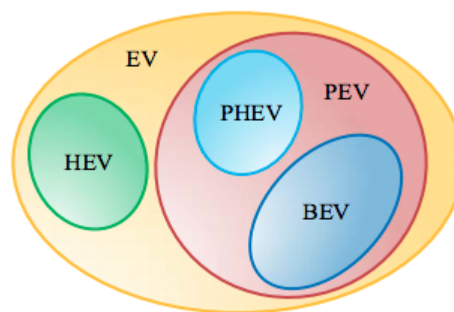


Figura A.2: Tipos de vehículos Eléctricos

Tabla A.1: Tipos de vehículos Eléctricos de la Energía de la Comunidad de Madrid. Guía del vehículo eléctrico.

Tipo	Descripción	Ventajas y Desventajas
HEV	Usan únicamente como fuente energética el combustible y no permite la carga de la batería del exterior. Su batería no tiene como misión la de almacenar una gran cantidad de energía, sino que está, en todo momento, interviniendo en ciclos de carga y descarga. La batería se puede recargar mediante frenado regenerativo que se obtiene de la energía cinética para cargar las baterías cuando el conductor presiona el freno. El Ford Fusion Hybrid y el Toyota Prius son ejemplos de vehículos híbridos	Los vehículos híbridos, se diferencian de los híbridos ligeros, en que tienen la capacidad de activar el funcionamiento eléctrico de forma voluntaria.
PHEV	Esta familia de vehículo combina un motor de combustión interna (MCI) con una batería y un motor eléctrico. El MCI y/o el motor eléctrico impulsan el vehículo en una configuración paralela o en serie. Co-habitan dos fuentes exteriores de energías, provenientes de los combustibles que permiten mover el motor térmico, y de la electricidad suministrada por la red que permite recargar la batería.	<p>El motor de combustión es más pequeño que el que llevan los coches convencionales e incluso los coches híbridos.</p> <p>Las baterías se pueden cargar mediante:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Motor de gasolina • Freno regenerativo- utiliza la energía cinética acumulada • Conectando el vehículo a un punto de recarga.
Continued on next page		

Tabla A.1 – continued from previous page

Tipo	Descripción	Ventajas y Desventajas
BEV	Utiliza únicamente el motor eléctrico como sistema de propulsión. La energía almacenada en las baterías se carga de la red eléctrica mientras el vehículo está aparcado. Este tipo de vehículo no produce ruido, ni emisiones de gas de efecto invernadero.	Necesitan una batería mayor que en los tipos de vehículos expuestos anteriormente.

A.1.5 Tipos de recargas

A.1.5.1 Recarga convencional

La recarga eléctrica convencional aplica niveles de potencia que implican una carga con una duración de unas 8 horas aproximadamente.

La carga convencional emplea la intensidad y voltaje eléctricos del mismo nivel que la propia vivienda (16 A y 230 V). Esto implica que la potencia eléctrica que puede entregar el punto para este tipo de cargas es de aproximadamente 3,7 kW.

Con este nivel de potencia, el proceso de carga de la batería tarda unas 8 horas. Esta solución es óptima, fundamentalmente, para recargar el vehículo eléctrico durante la noche en un garaje.

Recargar el coche eléctrico durante el período nocturno es más eficaz energéticamente, ya que es cuando menos demanda energética existe.

A.1.5.2 Recarga semi-rápida

La recarga semi-rápida aplica niveles de potencia que implican una carga con una duración de unas 4 horas aproximadamente.

La carga semi-rápida emplea 32 A de intensidad y 230 V de voltaje eléctrico. Esto implica que la potencia eléctrica que puede entregar el punto para este tipo de cargas es de aproximadamente 7,3 kW.

Esta solución es óptima, como en el caso de la recarga convencional, para recargar el vehículo eléctrico durante la noche en un garaje.

A.1.5.3 Recarga rápida

La carga rápida emplea una mayor intensidad eléctrica y, además, entrega la energía en corriente continua, obteniéndose una potencia de salida del orden de 50kW. Así, utilizando la recarga rápida, en 15 minutos se puede cargar el 65% de la batería según ??.

Las exigencias a nivel eléctrico son mayores que en la recarga convencional. Por poner una referencia, la potencia requerida para este tipo de instalaciones es comparable a la de un edificio de 15 viviendas. Así, la recarga rápida puede implicar la adecuación de la red eléctrica existente o la inversión en bancos de baterías.

Con respecto a estos tres tipo de recargas existen varias infraestructuras de carga del (VE) (corrientes y tipos de conexión a la red) que se describen en la Norma Internacional IEC 61851-1 International Electrotechnical Commission (2003) y estas se muestra en la Tabla A.2

Tabla A.2: Niveles de cargaInternational Electrotechnical Commission (2003)

Modo	Red	Voltaje	Corriente	Tipo de Carga
Modo 1(AC)	Monofásico	220 V	16 A	Lenta
	Trifásico	400 V	16 A	Lenta
Modo 2(AC)	Monofásico	220 V	32 A	Lenta
	Trifásico	400 V	32 A	Lenta
Modo 3(AC)	Monofásico	220 V	16 A	Lenta
	Trifásico	690 V	250 A	Semirapida
Modo 4(AC)	-	600 V	400 A	Rapida

A.1.6 Tipos de baterías

Las baterías son un elemento clave para el vehículo eléctrico (VEs) y el Vehículo eléctrico híbrido enchufable(PHEV). Las baterías son dispositivos que transforman energía química en energía eléctrica y viceversa, permitiendo así la carga y descarga.

Estas baterías se caracterizan principalmente en términos de potencia ya que esta tiene que coincidir con la potencia de la ruta eléctrica así como también capacidad nominal tiene que coincidir con la especificación del rango de conducción deseado. Este último, generalmente expresado en Ah, es la integral de la corriente que podría ser entregada por una batería llena cuando está completamente descargada bajo ciertas condiciones de referencia. Un parámetro adimensional es el estado de carga (SoC), que describe la capacidad restante en la batería, expresada como un porcentaje de su capacidad nominal, en la tabla A.3 se presenta los tipos de baterías usados por las principales marcas de vehículos.

Tabla A.3: Tipos de batería

Empresa	País	Modelo Vehículo	Tipo Batería
GM	USA	Chevy-Volt	Li-ion
		Saturn Vue Hybrid	NiMH
Ford	USA	Escape, Fusion, MKZ HEV	NiMH
		Escape PHEV	Li-ion
Toyota	Japan	Prius, Lexus	NiMH
Hyundai	South Korea	Sonata	Lithium polymer
Chrysler	USA	Chrysler 200C EV	Li-ion
BMW	Germany	X6	NiMH
		Mini E (2012)	Li-ion
BYD	China	E6	Li-ion
Mitsubishi	Japan	iMiEV (2010)	Li-ion
Nissan	Japan	Altima	NiMH
		leaf EV (2010)	Li-ion
Tesla	USA	Roadster (2009)	Li-ion
Think	Norway	Think EV Li-ion,	Sodium/Metal Chloride

Como se pudo observar en la tabla A.3 las baterías más utilizadas actualmente son Plomo ácido, Níquel-Hidruro Metálico (NiMH) y ion-lito en la tabla A.4, se realiza las especificaciones técnicas.

Tabla A.4: Especificaciones Técnicas

Tipo	Energía	Energía/vol	Potencia/peso	Eficiencia	Ciclos
	(Wh/kg)	(Wh/litro)	(W/kg)	(%)	Número
Pb-ácido	40	60-75	180	82.5	500
NiHM	70	140-300	150-1000	70	600
Ion-litio	125	270	1800	90	1000

Las Ventajas y desventajas que tienen cada una son las siguientes:

Pb-ácido

- Baja energía específica (10 - 35 Wh/kg)
- Ciclo de vida reducido (400-800 ciclos)
- Voltaje elevado (2.1V).

- Suministra altas corrientes.
- Compuestos tóxicos.
- Bajo coste.

NiHM

- Mejor enegía específica (40 - 75 Wh/kg)
- Ciclo de vida reducido (300-600 ciclos)
- Menor impacto ambiental.
- Efecto memoria
- No requiere Mantenimiento
- Alto costo

Ion-litio

- Mejor enegía específica (110 - 170 Wh/kg)
- Voltaje elevado (4.1V).
- Ciclo de vida reducido (> 1000 ciclos)
- Sencibles a temperaturas altas.
- Ausencia de efecto memoria
- No requiere Mantenimiento
- Alto costo

Anexo B

Algunos conceptos matemáticos usados en el trabajo de grado

B.1 Programación Semi-definida

De acuerdo a Parrilo et al. (2012) programación semidefinida (SD o semidefinite programming) es una generalización amplia de la programación lineal (LP- linear programming), donde las variables de decisión son el espacios de las matrices simétricas. Un problema de programación semi-definida (SDP) corresponde a optimizar una función lineal sujeto a restricciones de desigualdades de matrices lineales (LMI, linear matrix inequality). SD es un problema de la optimización convexa y por lo tanto tiene interesantes propiedades numéricas. Para nuestro trabajo de investigación se tiene la siguiente notación general: el conjunto de las las matrices simétricas $n \times n$ es denotado por \mathbb{S}^n . Una matriz $A \in \mathbb{S}^n$ es semi-definida positiva si $x^T A x \succeq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}^n$ y es definida positiva si $x^T A x \succ 0$ para todo $x \in \mathbb{R}^n$ diferente de cero. Equivalentemente, una matriz A es semi-definida positiva si sus eigenvalores $\lambda_i(A)$ satisface que $\lambda_i(A) \geq 0$, donde $i = 1, \dots, n$, y es definida positiva si $\lambda_i(A) > 0$, donde $i = 1, \dots, n$. El conjunto de las matrices semidefinidas es denotado por \mathbb{S}_+^n , y el conjunto de las matrices definidas es denotado por \mathbb{S}_{++}^n . Los signos de desigualdad \preceq y \succeq es usualmente conocido como orden parcial *Löwer*.

B.1.1 Spectrahedron

Recordando que un poliedro es un conjunto definido por finitas desigualdades lineales y que los conjuntos factibles de LP son poliedros. De forma similar, definimos spectrahedra como conjuntos definidos por un número finito de LMI. Estos conjuntos corresponderán exactamente a conjuntos factibles de problemas de programación semi-definida.

Definición 11. *Un LMI tiene la siguiente forma*

$$A_0 + \sum_{i=1}^m A_i x_i \succeq 0 \quad (\text{B.1})$$

donde $A_i \in \mathbb{S}^n$ son las matrices simétricas.

Definición 12. *Un conjunto $S \subset \mathbb{R}^m$ es un spectrahedron si presenta la siguiente forma.*

$$S = \left\{ (x_1, \dots, x_m) \in \mathbb{R}^m : A_0 + \sum_{i=1}^m A_i x_i \succeq 0 \right\} \quad (\text{B.2})$$

donde la matrices simétricas $A_0, A_1, \dots, A_m \in \mathbb{S}^n$

Generalmente, un spectrahedron se define por la intersección de conos semidefinidos positivos y el espacio afín.

B.2 Matrices semi-definidas

En el álgebra lineal, una matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es simétrica si $a_{ij} = a_{ji}$ para $i, j = 1, \dots, n$. El conjunto de las matrices simétricas se denota como \mathbb{S}^n . Si A toma valores no negativos cuyos menores principales son positivos (Criterio de Sylvester) se dice que la matriz es semi-definida positiva. Similarmente, si la matriz toma solo valores positivos excepto el origen, se dice que es definida positiva. Hay varias condiciones equivalentes para que una matriz sea definida positiva o semi-definida positiva:

Proposición 4. *Sea $A \in \mathbb{S}^n$ ser una matriz simétrica se tiene las siguientes equivalencias.*

- La matriz A es semi-definida positiva ($A \succeq 0$)
- Para todo $x \in \mathbb{R}^n$, $x^T A x \geq 0$
- Todos los eigenvalores de A son positivos.
- Todos $2^n - 1$ menores principales de A son positivos
- Los coeficiente de $p_A(\lambda)$ se alternan en signo, es decir, $(-1)^{n-k} p_k \geq 0$ para $k = 0, \dots, n-1$
- Existe factorización $A = BB^T$, donde $B \in \mathbb{R}^{n \times r}$ y r es el rango de A .

Para el caso de la matriz definida positiva tiene las siguientes características.

Proposición 5. . Sea $A \in \mathbb{S}^n$ ser una matriz simétrica se tiene las siguientes equivalencias.

- La matriz A es definida positiva ($A \succ 0$).
- Para todo $x \in \mathbb{R}^n$, $x^T A x > 0$.
- Todo los eigenvalores de A son estrictamente positivos.
- Todo $2^n - 1$ menores principales de A son estrictamente positivos.
- Los coeficiente de $p_A(\lambda)$ se alternan en signo, es decir, $(-1)^{n-k} p_k \geq 0$ para $k = 0, \dots, n-1$.
- Existe factorización $A = B B^T$, con B cuadrático y no singular.

El conjunto de las matrices semidefinidas se denota como \mathbb{S}_+^n y las definidas como \mathbb{S}_{++}^n .

B.3 Factorización de Matriz

Para una matriz simétrica A , existes varias maneras de factorizar que puede ser usadas para determinar las propiedades de A . Entre ellas tenemos:

- Descomposición de Eigenvalor. Como A es simétrica, los espacios propios que corresponden a valores propios distintos son mutuamente ortogonales, y así uno puede elegir una base ortonormal de vectores propios. Como consecuencia, la matriz A es diagonalizable y siempre hay una descomposición.

$$A = V \Lambda V^T, \quad \Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$$

Donde la matriz V es ortogonal ($V V^T = V^T V = I$) si A es semi-definida positiva, tenemos que $\lambda_i \geq 0$ para $i = 1, \dots, n$.

- Descomposición de Cholesky. Una matriz semi-definida A puede ser descompuesta como:

$$A = L L^T,$$

Donde L y U es una matriz triangular inferior y superior es decir $L_{i,j} = 0$ y $U_{i,j} = 0$ para $j > i$, esto recibe el nombre de factorización LU. Sin embargo, si A es simétrica y definida positiva, se pueden escoger los factores tales que U es la transpuesta de L , y esto se llama la descomposición o factorización de Cholesky. Tanto la descomposición LU como la descomposición de Cholesky son usadas para resolver sistemas de ecuaciones lineales.

B.4 Proyección ortogonal

Los espacios de Hilbert tienen un comportamiento muy especial en relación con la Teoría de Aproximación. Todo subconjunto convexo y cerrado, no sólo es un conjunto proximal en el espacio, sino que incluso cada punto del espacio tiene una única mejor aproximación en dicho subconjunto.

Teorema 1. *Sea M un subespacio cerrado de un espacio de Hilbert H . Sea x un elemento fijo en H y sea V el espacio afín $x + M$. Entonces hay un vector único $x_0 \in V$ de norma mínima. Además, x_0 es ortogonal a M .*

$$\|x_0 - V\| = d(x_0, M) = \inf \|x, y\|: y \in M \quad (\text{B.3})$$

Sea H ser un espacio de Hilbert y y_i un conjunto de vectores linealmente independientes en H

$$(x | y_1) = c_1$$

...

$$(x | y_1) = c_1$$

sea x_0 tener la norma mínima. Entonces $x_0 = \sum \beta_i y_i$ donde:

$$\beta_1(y_1 | y_1) + \beta_2(y_2 | y_2) + \dots + \beta_i(y_i | y_i) = c_1$$

...

$$\beta_1(y_1 | y_i) + \beta_2(y_2 | y_i) + \dots + \beta_i(y_i | y_i) = c_i$$

Anexo C

Agregadores

C.1 Agregador en el sistema IEEE-37 Nodos

Tabla C.1: Distribución espacial de los agregadores al 25%

Nodo	$N_0.A$	$N_0.VEs$	Tipo de carga (kW)	P(kW)	P(pu)	SOC_0
6	1	3	3.7	11.1	0.0111	0.8685
15	1	7	7.3	51.1	0.0511	0.2000
16	1	3	50	150	0.150	0.3560
20	1	4	3.7	14.8	0.0148	0.2000
24	1	7	7.3	51.1	0.0511	0.4500
26	1	3	50	150	0.150	0.5000
31	1	5	3.7	18.5	0.0185	0.2500
Total	7	32	-	446.6	0.4466	-

Tabla C.2: Distribución espacial de los agregadores al 50%

Nodo	$N_0.A$	$N_0.VEs$	Tipo de carga (kW)	P(kW)	P(pu)	SOC_0
6	1	5	3.7	18.5	0.0185	0.2453
15	1	9	3.7	33.3	0.0333	0.2160
16	1	4	50	200	0.2000	0.2979
19	1	3	50	150	0.1500	0.2363
Continued on next page						

Tabla C.2 – continued from previous page

Nodo	$N_0.A$	$N_0.VEs$	Tipo de carga (kW)	P(kW)	P(pu)	SOC_0
20	1	5	3.7	18.5	0.0185	0.2693
24	1	9	3.7	33.3	0.0333	0.2592
26	1	4	7.3	29.2	0.0292	0.2500
27	1	5	7.3	36.5	0.0365	0.2397
29	1	3	7.3	21.9	0.0219	0.2147
31	1	5	3.7	18.5	0.0185	0.2038
33	1	7	50	350	0.0350	0.2999
35	1	9	7.3	65.7	0.0657	0.2168
Total	12	68	-	975.4	0.9754	-

Tabla C.3: Distribución espacial de los agregadores al 75%

Nodo	$N_0.A$	$N_0.VEs$	Tipo de carga (kW)	P(kW)	P(pu)	SOC_0
4	1	9	3.7	33.3	0.0333	0.2453
6	1	10	3.7	37.0	0.0370	0.2160
7	1	8	3.7	29.6	0.0296	0.2979
15	1	12	3.7	44.4	0.0444	0.2363
16	1	6	50	300	0.3000	0.2693
19	1	5	50	250	0.2500	0.2592
20	1	10	3.7	37	0.0370	0.2500
24	1	9	3.7	33.3	0.0333	0.2379
26	1	10	7.3	73	0.0730	0.2147
27	1	8	7.3	58.4	0.0584	0.2038
29	1	10	7.3	73	0.0730	0.2999
31	1	10	7.3	73	0.0730	0.2168
33	1	7	50	350	0.350	0.2168
35	1	9	7.3	65.7	0.0657	0.2168
Total	14	68	-	1457.7	1.4577	-

Tabla C.4: Distribución espacial de los agregadores al 100%

Nodo	$N_0.A$	$N_0.VEs$	Tipo de carga (kW)	P(kW)	P(pu)	SOC_0
1	0	0	0	0	0	0
2	1	7	7.3	51.1	0.051	0.26
3	1	3	50	150	0.15	0.26
4	1	5	3.7	18.5	0.0185	0.25
5	1	7	7.3	51.1	0.051	0.29
6	0	0	50	0	0	0
7	1	5	3.7	18.5	0.0185	0.24
8	0	0	7.3	0	0	0
9	1	3	50	150	0.15	0.20
10	1	5	3.7	18.5	0.0185	0.25
11	1	7	7.3	51.1	0.0511	0.21
12	0	0	50	0	0	0
13	1	5	3.7	18.5	0.0185	0.24
14	1	5	50	250	0.25	0.27
15	1	5	50	250	0.25	0.29
16	1	5	7.3	36.5	0.0365	0.26
17	1	7	50	350	0.35	0.21
18	1	3	3.7	11.1	0.0111	0.26
19	1	5	7.3	36.5	0.0365	0.228
20	0	0	50	0	0	0
21	1	3	3.7	11.1	0.0111	0.22
22	1	5	7.3	36.5	0.0365	0.24
23	1	7	3.7	25.9	0.0259	0.25
24	1	3	3.7	11.1	0.0111	0.22
25	0	0	7.3	0	0	0
26	0	0	50	0	0	0
27	1	3	3.7	11.1	0.0111	0.26
28	1	5	7.3	36.5	0.0365	0.25
29	1	2	50	100	0.1	0.25
30	0	0	3.7	0	0	0
31	1	5	7.3	36.5	0.0365	0.26
32	0	0	50	0	0	0
33	1	15	3.7	55.5	0.0555	0.36
Continued on next page						

Tabla C.4 – continued from previous page

Nodo	$N_0.A$	$N_0.VEs$	Tipo de carga (kW)	P(kW)	P(pu)	SOC_0
34	0	5	7.3	0	0	0
35	1	20	3.7	74	0.074	0.25
Total	25	150	-	1859.6	1.8596	-

C.2 Agregador en el sistema IEEE-69 Nodos

Tabla C.5: Distribución espacial de los agregadores al 25%

Nodo	$N_0.A$	$N_0.VEs$	Tipo de carga (kW)	P(kW)	P(pu)	SOC_0
5	1	10	3.7	37	0.037	0.217
7	1	10	3.7	37	0.037	0.383
10	1	10	3.7	37	0.037	0.334
14	1	8	7.3	58.4	0.0584	0.568
18	1	9	7.3	65.7	0.0657	0.633
20	1	3	50	150	0.15	0.754
23	1	2	50	100	0.1	0.856
27	1	10	3.7	37	0.037	0.584
31	1	9	3.7	33.3	0.0333	0.204
33	1	8	3.7	29.6	0.0296	0.232
35	1	10	3.7	37	0.037	0.223
56	1	9	7.3	65.7	0.0657	0.279
57	1	9	7.3	65.7	0.0657	0.265
63	1	2	50	100	0.1	0.314
64	1	2	50	100	0.1	0.232
Total	15	111	-	953.4	0.9534	-

Tabla C.6: Distribución espacial de los agregadores al 50%

Nodo	$N_0.A$	$N_0.VEs$	Tipo de carga (kW)	P(kW)	P(pu)	SOC_0
4	1	13	3.7	48.1	0.0481	0.376
5	1	13	3.7	48.1	0.0481	0.380
Continued on next page						

Tabla C.6 – continued from previous page

Nodo	$N_0.A$	$N_0.VEs$	Tipo de carga (kW)	P(kW)	P(pu)	SOC_0
6	1	13	3.7	48.1	0.0481	0.326
7v 1	12	7.3	87.6	0.0876	0.231	
8	1	12	7.3	87.6	0.0876	0.287
9	1	3	50	150	0.15	0.245
13	1	2	50	100	0.1	0.296
14	1	13	3.7	48.1	0.0481	0.289
15	1	13	3.7	48.1	0.0481	0.314
31	1	13	3.7	48.1	0.0481	0.399
33	1	13	3.7	48.1	0.0481	0.288
35	1	12	7.3	87.6	0.0876	0.386
44	1	12	7.3	87.6	0.0876	0.367
45	1	3	50	150	0.15	0.293
46	1	2	50	100	0.1	0.272
49	1	13	3.7	48.1	0.0481	0.339
50	1	13	3.7	48.1	0.0481	0.377
53	1	13	3.7	48.1	0.0481	0.379
54	1	13	3.7	48.1	0.0481	0.312
57	1	12	7.3	87.6	0.0876	0.385
78	1	12	7.3	87.6	0.0876	0.356
59	1	12	7.3	87.6	0.0876	0.329
63	1	3	50	150	0.15	0.353
63	1	3	50	150	0.15	0.330
69	1	8	50	400	0.4	0.260
Total	24	243	-	1942.3	1.9423	-

Tabla C.7: Distribución espacial de los agregadores al 75%

Nodo	$N_0.A$	$N_0.VEs$	Tipo de carga (kW)	P(kW)	P(pu)	SOC_0
4	1	9	3.7	33.3	0.0333	0.2453
6	1	10	3.7	37.0	0.0370	0.2160
7	1	8	3.7	29.6	0.0296	0.2979
15	1	12	3.7	44.4	0.0444	0.2363
16	1	6	50	300	0.3000	0.2693
Continued on next page						

Tabla C.7 – continued from previous page

Nodo	$N_0.A$	$N_0.VEs$	Tipo de carga (kW)	P(kW)	P(pu)	SOC_0
19	1	5	50	250	0.2500	0.2592
20	1	10	3.7	37	0.0370	0.2500
24	1	9	3.7	33.3	0.0333	0.2379
26	1	10	7.3	73	0.0730	0.2147
27	1	8	7.3	58.4	0.0584	0.2038
29	1	10	7.3	73	0.0730	0.2999
31	1	10	7.3	73	0.0730	0.2168
33	1	7	50	350	0.350	0.2168
35	1	9	7.3	65.7	0.0657	0.2168
Total	14	68	-	1457.7	1.4577	-

Tabla C.8: Distribución espacial de los agregadores al 100%

Nodo	$N_0.A$	$N_0.VEs$	Tipo de carga (kW)	P(kW)	P(pu)	SOC_0
1	0	0	0	0	0	0
2	1	7	7.3	51.1	0.051	0.26
3	1	3	50	150	0.15	0.26
4	1	5	3.7	18.5	0.0185	0.25
5	1	7	7.3	51.1	0.051	0.29
6	0	0	50	0	0	0
7	1	5	3.7	18.5	0.0185	0.24
8	0	0	7.3	0	0	0
9	1	3	50	150	0.15	0.20
10	1	5	3.7	18.5	0.0185	0.25
11	1	7	7.3	51.1	0.0511	0.21
12	0	0	50	0	0	0
13	1	5	3.7	18.5	0.0185	0.24
14	1	5	50	250	0.25	0.27
15	1	5	50	250	0.25	0.29
16	1	5	7.3	36.5	0.0365	0.26
17	1	7	50	350	0.35	0.21
18	1	3	3.7	11.1	0.0111	0.26
19	1	5	7.3	36.5	0.0365	0.228
Continued on next page						

Tabla C.8 – continued from previous page

Nodo	$N_0.A$	$N_0.VEs$	Tipo de carga (kW)	P(kW)	P(pu)	SOC_0
20	0	0	50	0	0	0
21	1	3	3.7	11.1	0.0111	0.22
22	1	5	7.3	36.5	0.0365	0.24
23	1	7	3.7	25.9	0.0259	0.25
24	1	3	3.7	11.1	0.0111	0.22
25	0	0	7.3	0	0	0
26	0	0	50	0	0	0
27	1	3	3.7	11.1	0.0111	0.26
28	1	5	7.3	36.5	0.0365	0.25
29	1	2	50	100	0.1	0.25
30	0	0	3.7	0	0	0
31	1	5	7.3	36.5	0.0365	0.26
32	0	0	50	0	0	0
33	1	15	3.7	55.5	0.0555	0.36
34	0	5	7.3	0	0	0
35	1	20	3.7	74	0.074	0.25
Total	25	150	-	1859.6	1.8596	-

Anexo D

Sistemas de prueba

Tabla D.1: Equivalente monofásico del sistema de prueba IEEE37

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α
1	2	0.0025	0.0026	0.0001	0	0	0
2	3	0.0034	0.0036	0.0001	0	0	0
3	4	0.004	0.0023	0	0.085	0.04	2
4	5	0.0013	0.0008	0	0	0	0
5	6	0.004	0.0023	0	0.085	0.04	2
5	7	0.0022	0.0012	0	0	0	0
7	8	0.0042	0.0013	0	0.042	0.021	0
7	9	0.0022	0.0012	0	0.085	0.04	1
9	10	0.0038	0.0021	0	0.042	0.021	0
10	11	0.0043	0.0025	0	0.14	0.07	1
11	12	0.0027	0.0015	0	0.126	0.062	0
12	13	0.0027	0.0015	0	0	0	0
13	14	0.0026	0.0008	0	0.085	0.04	0
13	15	0.0027	0.0015	0	0.042	0.021	1
10	16	0.0068	0.0022	0	0	0	0
16	17	0.0167	0.0054	0.0001	0.042	0.021	2
16	18	0.0026	0.0008	0	0.085	0.04	0
3	19	0.0031	0.001	0	0.042	0.021	0
19	20	0.0019	0.0011	0	0.042	0.021	0
20	21	0.0026	0.0008	0	0.126	0.063	0
Continued on next page							

Tabla D.1 – continued from previous page

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α
20	22	0.0037	0.0012	0	0.042	0.021	1
2	23	0.0024	0.0014	0	0.085	0.04	0
23	24	0.0035	0.002	0	0	0	0
24	25	0.001	0.0003	0	0.038	0.018	1
25	26	0.0068	0.0022	0	0.085	0.04	2
24	27	0.0054	0.0031	0	0.085	0.04	0
27	28	0.004	0.0023	0	0	0	0
28	29	0.0037	0.0012	0	0.042	0.021	0
27	30	0.012	0.0039	0	0	0	0
30	31	0.0016	0.0005	0	0.161	0.08	1
30	32	0.0099	0.0032	0	0.042	0.021	2
2	33	0.0052	0.0017	0	0	0	0
33	34	0.0031	0.001	0	0.085	0.04	0
33	35	0.0042	0.0013	0	0.093	0.044	2

Tabla D.2: Equivalente monofásico del sistema de prueba IEEE69

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α
1	2	3,11667E-06	0,0000075	0	0	0	0
2	3	3,11667E-06	0,0000075	0	0	0	0
3	4	9,35001E-06	0,0000224	0	0	0	0
4	5	0,000156457	0,0001833	0	0	0	0
5	6	0,002281404	0,0011619	0	0,0026	0,0022	0
6	7	0,002374904	0,0012099	0	0,0404	0,03	1
7	8	0,000574714	0,0002930	0	0,075	0,054	2
8	9	0,000307304	0,0001565	0	0,03	0,022	0
9	10	0,005105108	0,0016874	0	0,028	0,019	2
10	11	0,001166882	0,0003858	0	0,145	0,104	2
11	12	0,0044344	0,0014655	0	0,145	0,104	2
12	13	0,006420343	0,0021193	0	0,008	0,005	1
13	14	0,00650761	0,0021505	0	0,008	0,0055	1
14	15	0,006594877	0,0021792	0	0	0	0
15	16	0,001225475	0,0004052	0	0,0455	0,03	0
16	17	0,002333764	0,0007717	0	0,06	0,035	2
Continued on next page							

Tabla D.2 – continued from previous page

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α
17	18	4,61267E-05	0,0000100	0	0,06	0,035	0
18	19	0,002042043	0,0006751	0	0	0	0
19	20	0,001312742	0,0004301	0	0,001	0,0006	1
20	21	0,00212931	0,0007037	0	0,114	0,081	2
21	22	8,72668E-05	0,0000287	0	0,005	0,0035	1
22	23	0,000991725	0,0003279	0	0	0	0
23	24	0,002158607	0,0007137	0	0,028	0,02	0
24	25	0,004667527	0,0015428	0	0	0	0
25	26	0,00192548	0,0006364	0	0,014	0,01	0
26	27	0,001079615	0,0003565	0	0,014	0,01	1
3	28	2,74267E-05	0,0000673	0	0,026	0,0186	2
28	29	0,000398934	0,0009755	0	0,026	0,0186	1
29	30	0,002479624	0,0008197	0	0	0	0
30	31	0,000437581	0,0001446	0	0	0	0
31	32	0,002187903	0,0007231	0	0	0	0
32	33	0,005229775	0,0017553	0	0,014	0,01	1
33	34	0,01064655	0,0035193	0	0,0195	0,014	1
34	35	0,009187948	0,0030375	0	0,006	0,004	1
3	36	2,74267E-05	0,0000067	0	0,026	0,01855	1
36	37	0,000398934	0,0009755	0	0,026	0,01855	2
37	38	0,000656371	0,0007667	0	0	0	0
38	39	0,000189494	0,0002213	0	0,024	0,017	1
39	40	1,122E-05	0,0000131	0	0,024	0,017	1
40	41	0,004539744	0,0053040	0	0,0012	0,001	1
41	42	0,001932336	0,0022583	0	0	0	0
42	43	0,000255567	0,0002980	0	0,006	0,0043	2
43	44	5,73468E-05	0,0000723	0	0	0	0
44	45	0,000678811	0,0008558	0	0,03922	0,0263	1
45	46	5,61001E-06	0,0000075	0	0,03922	0,0263	2
4	47	2,11934E-05	0,0000524	0	0	0	0
47	48	0,000530457	0,0012984	0	0,079	0,0564	1
48	49	0,001806423	0,0044201	0	0,3847	0,2745	1
49	50	0,000512381	0,0012535	0	0,3847	0,2745	1
8	51	0,000578454	0,0002948	0	0,0405	0,0283	1
51	52	0,002068847	0,0006944	0	0,0036	0,0027	2
Continued on next page							

Tabla D.2 – continued from previous page

Envio	Recibo	R	X	B	P	Q	α
9	53	0,001084602	0,0005523	0	0,00435	0,0035	0
53	54	0,001265369	0,0006445	0	0,0264	0,019	0
54	55	0,001771516	0,0009020	0	0,024	0,0172	0
55	56	0,001753439	0,0008932	0	0	0	0
56	57	0,009911016	0,0033267	0	0	0	0
57	58	0,004885071	0,0016394	0	0	0	0
58	59	0,001896183	0,0006271	0	0,1	0,072	1
59	60	0,002406694	0,0007305	0	0	0	0
60	61	0,003163422	0,0016113	0	1,244	0,888	0
61	62	0,000607128	0,0003092	0	0,032	0,023	2
62	63	0,000903835	0,0004600	0	0	0	0
63	64	0,00442879	0,0022558	0	0,227	0,162	0
64	65	0,00648891	0,0033049	0	0,059	0,042	1
11	66	0,001254149	0,0003809	0	0,018	0,013	1
66	67	2,92967E-05	0,0000087	0	0,018	0,013	1
12	68	0,004608934	0,0015234	0	0,028	0,02	1
68	69	2,92967E-05	0,0000100	0	0,028	0,02	2

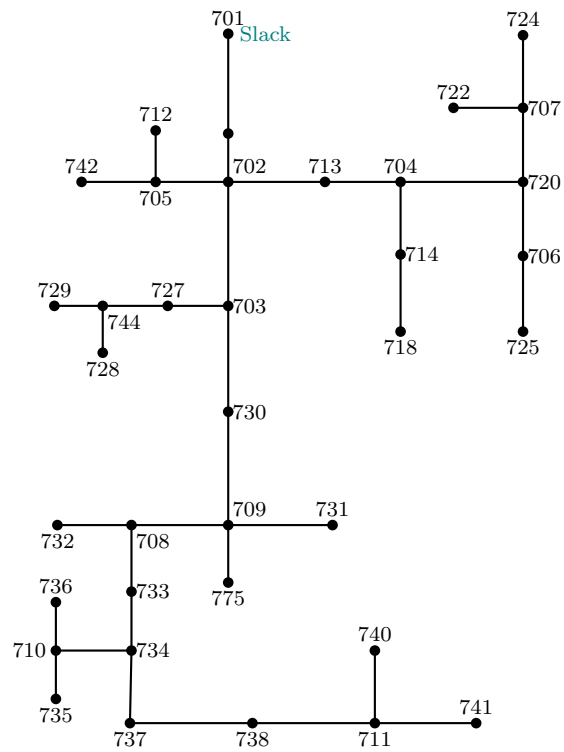


Figura D.1: Sistema de prueba IEEE de 37 nodos

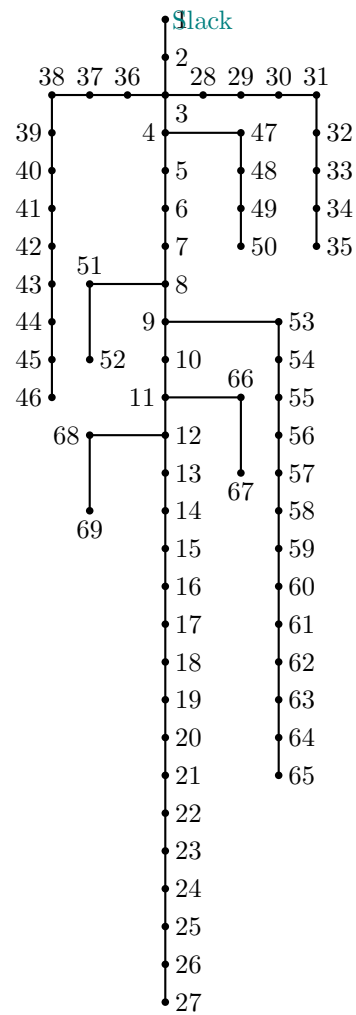


Figura D.2: Sistema de prueba IEEE de 69 nodos

Bibliografía

- Aabrandt, A., Andersen, P. B., Pedersen, A. B., You, S., Poulsen, B., O'Connell, N., and Østergaard, J. (2012). Prediction and optimization methods for electric vehicle charging schedules in the edison project. In *2012 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies (ISGT)*, pages 1–7.
- Aghaei, J., Nezhad, A. E., Rabiee, A., and Rahimi, E. (2016). Contribution of Plug-in Hybrid Electric Vehicles in power system uncertainty management. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 59(99):450–458.
- Alfonso Damiano, Gianluca Gatto, Ignazio Marongiu, Mario Porru, and Alessandro Serpi (2014). Vehicle-to-Grid Technology: State-of-the-Art and Future Scenarios. *Journal of Energy and Power Engineering*, 8(1):152–165.
- Alizadeh, M., Kesidis, G., and Scaglione, A. (2013). Clustering consumption in queues: A scalable model for electric vehicle scheduling. *Conference Record - Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, pages 374–378.
- Bahrami, S., Therrien, F., Wong, V. W. S., and Jatskevich, J. (2017). Semidefinite relaxation of optimal power flow for ac x2013;dc grids. *IEEE Transactions on Power Systems*, 32(1):289–304.
- Bergna, G., Garcés, A., Berne, E., Egrot, P., Arzandé, A., Vannier, J. C., and Molinas, M. (2014). A generalized power control approach in abc frame for modular multilevel converter hvdc links based on mathematical optimization. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 29(1):386–394.
- Bessa, R. J., Matos, M. A., Soares, F. J., and Lopes, J. A. P. (2012). Optimized bidding of a ev aggregation agent in the electricity market. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 3(1):443–452.

- Bevis, T., Hacker, B., Edrington, C. S., and Azongha, S. (2009). A review of phev grid impacts. In *41st North American Power Symposium*, pages 1–6.
- BID (2017). Banco interamericano de desarrollo. <https://www.iadb.org>. Accedido 15-02-2018.
- Boyd, S. and Vandenberghe, L. (2010). *Convex Optimization*, volume 25.
- Carlos F., S. A., Franco, J. F., Rider, M. J., and Romero, R. (2015). A MILP model for optimal charging coordination of storage devices and electric vehicles considering V2G technology. *2015 IEEE 15th International Conference on Environment and Electrical Engineering, IEEEIC 2015 - Conference Proceedings*, pages 60–65.
- Celli, G., Ghiani, E., Pilo, F., Pisano, G., and Soma, G. G. (2012). Particle swarm optimization for minimizing the burden of electric vehicles in active distribution networks. In *2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pages 1–7.
- Chassin, F. S., Mayhorn, E. T., Elizondo, M. A., and Lu, S. (2011). Load modeling and calibration techniques for power system studies. In *2011 North American Power Symposium*, pages 1–7.
- Chau, Liu, C., Gao, S., and Li, F. (2012). Transient stability analysis of smes for smart grid with vehicle-to-grid operation. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 22(3):5701105–5701105.
- CIGRE (2015). *Integration of Electric Vehicles in Electric Power Systems*. Number September.
- Correa, C. A., Bolanos, R., and Garces, A. (2014). Enhanced multiobjective algorithm for transmission expansion planning considering N À 1 security criterion.
- Corzine, K., Member, S., Huston, C., and Member, S. (2009). Real-Time Modeling of Distributed Plug-in Vehicles for V2G Transactions Ganesh K . Venayagamoorthy , Senior Member , IEEE , Pinaki Mitra , Student Member ,. *Science*, pages 3937–3941.
- de la Energia de la Comunidad de Madrid. Guia del vehiculo electrico., F. Movilidad eléctrica.
- Eichi, Zeng, W., and Chow, M. Y. (2012). A survey on the electrification of transportation in a smart grid environment. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 8(1):1–10.
- endesaeduca. Vehiculos eléctricos.

- Ferreira, R. (2016). Smart Grids Colombia Vision 2030 Parte III/A - Política y Regulación. page 161.
- Garces, A. (2015). A linear three-phase load flow for power distribution systems. 31:1–2.
- Garces, A. (2016). A quadratic approximation for the optimal power flow in power distribution systems. *Electric Power Systems Research*, 130:222 – 229.
- Geng, X. and Khargonekar, P. P. (2012). Electric vehicles as flexible loads: Algorithms to optimize aggregate behavior. In *2012 IEEE Third International Conference on Smart Grid Communications (SmartGridComm)*, pages 430–435.
- Ghanbarzadeh, T., Goleijani, S., and Moghaddam, M. P. (2011). Reliability constrained unit commitment with electric vehicle to grid using hybrid particle swarm optimization and ant colony optimization. In *2011 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pages 1–7.
- Ghofrani, M., Arabali, A., and Etezadi-Amoli, M. (2012). Electric drive vehicle to grid synergies with large scale wind resources. *IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pages 1–6.
- Giraldo, Castrillon, J. A., and Castro, C. A. (2017). Energy management of isolated microgrids using mixed-integer second-order cone programming. In *2017 IEEE Power Energy Society General Meeting*, pages 1–5.
- Glover, D., Sarma, M., and Overbye, T. (2012). *Power System Analysis & Design*, volume 53.
- González Vayá, M. (2015). Optimizing the electricity demand of electric vehicles : creating value through flexibility. (22785).
- Guille, C. and Gross, G. (2009). A conceptual framework for the vehicle-to-grid (V2G) implementation. *Energy Policy*, 37(11):4379–4390.
- Hahn, T., Schönfelder, M., Jochem, P., Heuveline, V., and Fichtner, W. (2013). Model-Based Quantification of Load Shift Potentials and Optimized Charging of Electric Vehicles. *Smart Grid and Renewable Energy*, 4(August):398–408.
- International Electrotechnical Commission (2003). International Standard: Plugs, socket-outlets, vehicle couplers and vehicle inlets. Conductive charging of electric vehicles. 2003:78.
- Kempton, W. and Dhanju, A. (2006). Electric Vehicles with V2G. *Windtech International*, 2(July):18–21.

- Kempton, W. and Letendre, S. (1997). Electric vehicles as a new power source for electric utilities.
- Kempton, W. and Tomić, J. (2005). Vehicle-to-grid power implementation: From stabilizing the grid to supporting large-scale renewable energy. *Journal of Power Sources*, 144(1):280–294.
- Kristoffersen, T. K., Capión, K., and Meibom, P. (2011). Optimal charging of electric drive vehicles in a market environment. *Applied Energy*, 88(5):1940–1948.
- Lin, J., Leung, K. C., and Li, V. O. K. (2014a). Optimal scheduling with vehicle-to-grid regulation service. *IEEE Internet of Things Journal*, 1(6):556–569.
- Lin, J., Leung, K. C., and Li, V. O. K. (2014b). Optimal Scheduling with Vehicle-to-Grid Regulation Service. *IEEE Internet of Things Journal*, 1(6):556–569.
- Liu, J., Li, S., Zhang, W., Mathieu, J. L., and Rizzoni, G. (2013). Planning and control of electric vehicles using dynamic energy capacity models. In *52nd IEEE Conference on Decision and Control*, pages 379–384.
- Low, S. and Javad (2012). Zero Duality Gap in Optimal Power Flow Problem. *IEEE Trans. Power Syst.*, 27(1):92–107.
- Low, S. H. (2013). Convex Relaxation of Optimal Power Flow : A Tutorial. pages 1–15.
- Luenberger, D. G. (1970). Optimization by Vector Space Methods. *Students Quarterly Journal*, 41(162):207.
- Merkli, S., Domahidi, A., Jerez, J., Morari, M., and Smith, R. S. (2017). Fast ac power flow optimization using difference of convex functions programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, PP(99):1–1.
- Mkahl, R., Nait-Sidi-Moh, A., Gaber, J., and Wack, M. (2017). An optimal solution for charging management of electric vehicles fleets. *Electric Power Systems Research*, 146:177–188.
- Molzahn, D. K., Lesieutre, B. C., and Demarco, C. L. (2014). Investigation of Non-Zero Duality Gap Solutions to a Semidefinite Relaxation of the Optimal Power Flow Problem.
- Pang, C., Dutta, P., Kim, S., Kezunovic, M., and Damnjanovic, I. (2010). Phevs as dynamically configurable dispersed energy storage for v2b uses in the smart grid. In *7th Mediterranean Conference and Exhibition on Power Generation, Transmission, Distribution and Energy Conversion (MedPower 2010)*, pages 1–6.

- Parrilo, G., Blekherman, P. a., and Thomas, R. R. (2012). Semidefinite optimization and convex algebraic geometry.
- Restrepo, C., Konjedic, T., Garces, A., Calvente, J., and Giral, R. (2015). Identification of a proton-exchange membrane fuel cell's model parameters by means of an evolution strategy. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 11(2):548–559.
- Sojoudi, S. and Low, S. (2011). Optimal charging of plug-in hybrid electric vehicles in smart grids. In *2011 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pages 1–6.
- Sortomme, E. and Sharkawi (2011). Optimal charging strategies for unidirectional vehicle-to-grid. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2(1):131–138.
- Sortomme, E. and Sharkawi, M. A. (2012). Optimal combined bidding of vehicle-to-grid ancillary services. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 3(1):70–79.
- Srivastava, A. K., Annabathina, B., and Kamalasadan, S. (2010). The Challenges and Policy Options for Integrating Plug-in Hybrid Electric Vehicle into the. *The Electricity Journal*, 23(3):83–91.
- Stockar, S. (2015). Energy Management Strategy for Plug-in Hybrid Electric Vehicles. *IEEE System Journal*, pages 1–10.
- Sundström, O. and Binding, C. (2010). Optimization Methods to Plan the Charging of Electric Vehicle Fleets. *Proceedings of the International Conference on Control Communication and Power Engineering*, 1(2):28–29.
- Sundstrom, O. and Binding, C. (2012). Flexible charging optimization for electric vehicles considering distribution grid constraints. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 3(1):26–37.
- Sánchez, C. B., Bent, R., Backhaus, S., Blumsack, S., Hijazi, H., and v. Hentenryck, P. (2016). Convex optimization for joint expansion planning of natural gas and power systems. In *2016 49th Hawaii International Conference on System Sciences (HICSS)*, pages 2536–2545.
- Tan, K. M., Ramachandramurthy, V. K., and Yong, J. Y. (2016). Integration of electric vehicles in smart grid: A review on vehicle to grid technologies and optimization techniques. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 53:720–732.
- Thomas, T. (1960). Moving Electric Transportation Forward : The ManyFacesof Electric Vehicles. 2(1):1–2.

- Vagropoulos, S. I. and Bakirtzis, A. G. (2013). Optimal bidding strategy for electric vehicle aggregators in electricity markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, 28(4):4031–4041.
- Vandael, S., Claessens, B., Hommelberg, M., Holvoet, T., and Deconinck, G. (2013). A scalable three-step approach for demand side management of plug-in hybrid vehicles. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 4(2):720–728.
- Vayá, M. G. and Andersson, G. (2014). Smart charging of plug-in electric vehicles under driving behavior uncertainty. *Reliability Modeling and Analysis of Smart Power Systems*, pages 85–99.
- Wang, R., Li, Y., Wang, P., and Niyato, D. (2013). Design of a V2G aggregator to optimize PHEV charging and frequency regulation control. *2013 IEEE International Conference on Smart Grid Communications, SmartGridComm 2013*, pages 127–132.
- Wu, D., Aliprantis, D. C., and Gkritza, K. (2011). Electric energy and power consumption by light-duty plug-in electric vehicles. *IEEE Transactions on Power Systems*, 26(2):738–746.
- Xing, H., Fu, M., Lin, Z., and Mou, Y. (2015). Decentralized Optimal Scheduling for Charging and Discharging of Plug-In Electric Vehicles in Smart Grids. *IEEE Transactions on Power Systems*, PP(99):1–10.
- Yao, L., Damiran, Z., and Lim, W. H. (2017). Optimal Charging and Discharging Scheduling for Electric Vehicles in a Parking Station with Photovoltaic System and Energy Storage System. *Energies*, 10(4):550.
- Zhang, W., Xu, C., and Chang, C. Y. (2012). Demand dynamics aggregation using hybrid systems. In *2012 50th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing (Allerton)*, pages 1475–1481.
- Zhou, Y., Tian, Y., Wang, K., and Ghandhari, M. (2017). Robust optimisation for ac 8211;dc power flow based on second-order cone programming. *The Journal of Engineering*, 2017(13):2164–2167.